

## ¿LOS ALUMNOS COMUNICAN EFECTIVAMENTE LO QUE SABEN?

**Marta Graciela Caligaris**, Facultad Regional San Nicolás - UTN, mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

**María Elena Schivo**, Facultad Regional San Nicolás - UTN, mschivo@frsn.utn.edu.ar

**María Rosa Romiti**, Facultad Regional San Nicolás - UTN, mromiti@frsn.utn.edu.ar

**Resumen**— El Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina (CONFEDI) ha detallado las competencias que deberá desarrollar el ingeniero argentino en las distintas etapas de aprendizaje.

Los ingenieros deben ser capaces de utilizar y articular de manera eficaz las representaciones externas necesarias para comunicar ideas matemáticas: el lenguaje hablado, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos.

Se propuso como objetivo de este trabajo analizar si los ingresantes a primer año de Ingeniería Electrónica e Industrial de la Facultad Regional San Nicolás, dependiente de la Universidad Tecnológica Nacional (FRSN-UTN), pueden comunicar un enunciado, resultado o texto matemático considerando tres registros de representación: el lenguaje natural, el simbólico y el gráfico.

Para que el contenido a comunicar no sea obstáculo, se valoró el desempeño de los estudiantes mediante un cuestionario que involucraba conceptos simples ya abordados en la escuela media y en el curso introductorio a la FRSN-UTN. También se establecieron categorías de errores comunes de comunicación en los distintos registros de representación.

Se pudo concluir que, en las diferentes especialidades, el desempeño en la comunicación en los registros natural y simbólico es el que muestra mayor cantidad de resultados insatisfactorios, mientras que en el gráfico se alcanza el mayor número de resultados parcialmente satisfactorios.

**Palabras clave**— *competencias, comunicación, registros.*

### 1. Introducción

Hace más de 20 años el CONFEDI, en colaboración con el Instituto de Cooperación Iberoamericana de la Agencia Española de Cooperación Internacional, comenzó a trabajar en la modernización de la enseñanza en las ingenierías [1].

En el año 2006, el CONFEDI aprobó las Competencias de Egreso del Ingeniero Argentino y en el 2008 se plantearon las Competencias Requeridas para el Ingreso a las carreras de Ingeniería [2].

Las competencias de ingreso deben ser consideradas como referencia para los ingresantes a carreras de ingeniería. Éstas se dividen en: básicas, transversales y específicas, y deben ser requeridas a los aspirantes a ingresar a una carrera de ingeniería. Entre las competencias básicas se encuentran la lectura comprensiva y rápida, la escritura y la interpretación y solución de situaciones problemáticas.

Teniendo en cuenta que los alumnos que se encuentran en primer año de ingeniería de la FRSN-UTN, aprobaron el curso de ingreso en el que fueron evaluadas algunas competencias específicas matemáticas, en este trabajo se analizará la competencia para comunicarse. En particular, la comunicación relacionada con el manejo simbólico propio de la matemática y las representaciones gráficas.

Si bien el manejo simbólico y gráfico es indispensable para la comunicación de un contenido matemático, no se puede excluir en el análisis de la misma al registro natural, que es la vía utilizada para la comunicación diaria entre alumnos y docentes.

El objetivo de este trabajo es analizar si los alumnos de primer año de la FRSN-UTN, pueden comunicar un enunciado, resultado o texto matemático considerando tres registros semióticos de representación, el natural, el simbólico y el gráfico.

## **2. Marco teórico**

En noviembre de 2013, en la ciudad de Valparaíso, la Asamblea General de la Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) adopta como propia la síntesis de competencias genéricas de egreso acordadas por CONFEDI, dando lugar a la “Declaración de Valparaíso” sobre competencias genéricas de egreso del ingeniero iberoamericano. Se entiende por competencia a la capacidad de articular eficazmente un conjunto de esquemas o estructuras mentales y valores, permitiendo poner a disposición distintos saberes, en un determinado contexto con el fin de resolver situaciones profesionales. Las competencias aluden a capacidades complejas e integradas, relacionadas con saberes que se vinculan con el saber hacer, entre otras cosas [3].

Una enseñanza orientada al desarrollo de competencias supone pensar la formación de grado del ingeniero desde el eje de la profesión, es decir desde lo que el ingeniero efectivamente debe ser capaz de realizar desde el inicio de su quehacer profesional. Facilitar el desarrollo de competencias durante el proceso de formación supone revisar las estrategias de enseñanza y de aprendizaje, de manera de garantizar que los estudiantes puedan realizar actividades que les permitan avanzar en el logro de las mismas.

El CONFEDI propone un esquema con diez competencias de egreso para la Ingeniería, cinco tecnológicas y cinco sociales, políticas y actitudinales. Una de estas últimas es la competencia para comunicarse con efectividad, la cual requiere la articulación efectiva de diversas capacidades, entre las cuales se encuentra la de producir e interpretar textos técnicos. Esta capacidad implica, entre otras cosas, ser capaz de utilizar y articular de manera eficaz distintos lenguajes (formal, gráfico y natural).

Para comunicar ideas matemáticas es necesario representarlas de alguna manera, y esa representación debe ser externa, tomando la forma del lenguaje hablado, símbolos escritos, dibujos u objetos físicos. Una idea matemática particular casi siempre puede ser representada en alguna o en todas las formas de representación posibles [4].

El aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para analizar determinadas actividades cognitivas como la comprensión de textos, la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas. Para Duval [5] dichas actividades requieren además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión. Para este autor un sistema semiótico puede ser un registro de representación, si permite tres actividades cognitivas:

- 1) La presencia de una representación identificable, es decir, reconocible como una representación externa de alguna cosa en algún sistema determinado como un gráfico, un símbolo, una frase, entre otros.
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada.
- 3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

En matemática las representaciones semióticas son importantes tanto para los fines de comunicación como para el desarrollo de la actividad matemática. Los registros considerados para esta experiencia son los mismos que se han definido en trabajos previos [6]. Estos son:

*Registro gráfico:* contempla representaciones de conjuntos en la recta numérica, funciones en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales y bocetos informales que prescindan de un sistema de referencia.

*Registro natural:* se lo asocia a la lengua materna, primera lengua que una persona aprende y que se emplea como modo de expresión habitual en los diversos ámbitos de la vida corriente, para realizar descripciones, explicaciones, argumentaciones, deducciones, con el objetivo de comunicarse. Puede emplearse en forma oral o escrita, considerándose esta última en el presente trabajo.

*Registro simbólico:* la Matemática se apoya en un lenguaje simbólico formal que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos pueden considerarse objetos con valor propio y representan un concepto, una operación, una entidad matemática según ciertas reglas. Los símbolos pueden involucrar una sola letra o varias letras y números. Se consideró el registro simbólico integrado por dos partes:

*Simbólico de predominio procedimental:* aquel en el que el alumno debe aplicar, para resolver un problema planteado, estrategias sencillas o rutinarias.

*Simbólico de predominio conceptual:* aquel en donde el alumno necesita conocer y manejar los símbolos matemáticos propios de las definiciones o propiedades. En este tipo de actividades es necesario trabajar con mayor rigurosidad, si bien por lo general se aplican procedimientos algebraicos en busca de soluciones. Se trata de una instancia en la que se involucra un pensamiento más formal, abstracto y comprensivo que la anterior. Este registro fue el utilizado en la experiencia.

En este trabajo se tendrá en cuenta la competencia comunicacional relacionada con la representación como la capacidad y habilidad para comprender y expresar ideas matemáticas en sus diferentes formas de expresión en los registros natural, simbólico y gráfico [7].

### 3. Metodología

El estudio se focalizó en la asignatura Análisis Matemático I. Se trabajó el segundo día de clases, con los 35 ingresantes a la especialidad de Ingeniería Electrónica y los 30 de Ingeniería Industrial del turno tarde. Se eligieron estas dos especialidades para tener una población variada, ya que los ingresantes a Ingeniería Electrónica provienen, en un 54%, de escuelas medias de modalidad técnica, mientras que los que eligieron Ingeniería Industrial han cursado su escuela media con modalidad no técnica.

Para que no sea un obstáculo el contenido a comunicar, se valoró el desempeño individual de los estudiantes en una actividad que involucró conceptos simples, abordados en la escuela media y recientemente tratados y evaluados en el curso introductorio a la FRSN-UTN.

Para la recolección de datos asociados a las producciones de los alumnos se diseñó un cuestionario de respuestas abiertas, de tipo autoadministrado, ya que se les proporcionó directamente a los alumnos de ambas especialidades, quienes lo contestaron sin intermediarios [8]. Se muestran en la Figura 1 las cuatro consignas de dicho cuestionario.

<p>1 Escribir con palabras cada uno de los siguientes enunciados.</p> <p>a) <math>a, b \in \mathbb{R} \wedge a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0</math></p> <p>b) <math>a, b \in \mathbb{R} \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2</math></p> <p>2 Expresar en símbolos la siguiente propiedad: La potencia enésima se distribuye con la multiplicación de números reales.</p> <p>3 Representar gráficamente en una recta la siguiente propiedad de valor absoluto de un número real: <math> x  \geq a \Leftrightarrow x \geq a \vee x \leq -a</math> teniendo en cuenta que <math>a \in \mathbb{R}</math>.</p> <p>4 El Teorema de Pitágoras establece: En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Teniendo en cuenta el enunciado del teorema se pide:</p> <p>a) Realizar una representación gráfica donde se muestren los nombres de los catetos e hipotenusa.</p> <p>b) Expresar el teorema en forma simbólica.</p>
---

Figura 1. Cuestionario

En un primer análisis de resultados se clasificó el desempeño de los alumnos de la siguiente manera: satisfactorio (S), cuando realiza la actividad solicitada en forma completa y correcta en su totalidad, parcialmente satisfactorio (PS), cuando realiza la mitad o más de la actividad solicitada en forma correcta e insatisfactorio (I), cuando resuelve en forma incorrecta la totalidad o la mayoría de la actividad, o incluso no resuelve.

En segundo término, también se analizaron los errores que cometieron en la comunicación en cada registro, agrupados según determinadas características comunes.

Las consignas 1a) y 1b) del cuestionario presentado en la Figura 1, sirvieron para analizar la comunicación del contenido utilizando el registro natural. Se muestra en la Tabla 1 el criterio con que se evaluó el grado de desempeño en esta consigna.

Los ítems 2) y 4b) del cuestionario presentado en la Figura 1, sirvieron para analizar la comunicación del contenido utilizando el registro simbólico. Se muestra en la Tabla 2 el criterio con que se evaluó el grado de desempeño en esta consigna.

Los ítems 3) y 4a) del cuestionario presentado en la Figura 1, se utilizaron para analizar la comunicación del contenido utilizando el registro gráfico. Se muestra en la Tabla 3 el criterio con que se evaluó el grado de desempeño en esta consigna.

Tabla 1. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro natural

<b>SATISFACTORIO</b>	<b>PARCIALMENTE SATISFACTORIO</b>	<b>INSATISFACTORIO</b>
Redacta en palabras correctamente ambas propiedades de los números reales.	Redacta correctamente intercalando símbolos pero con predominio del lenguaje natural o confunde alguno de los símbolos.	Redacta expresiones sin un sentido matemático preciso, lo vuelve a expresar con predominio simbólico o no responde.

Tabla 2. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro simbólico

<b>SATISFACTORIO</b>	<b>PARCIALMENTE SATISFACTORIO</b>	<b>INSATISFACTORIO</b>
Escribe correctamente en símbolos ambas consignas.	Redacta correctamente en símbolos pero no en forma genérica o no utiliza símbolos que nombró previamente	Escribe expresiones sin un sentido matemático preciso, utiliza símbolos desconocidos o no responde.

Tabla 3. Criterio de evaluación del desempeño en la comunicación en el registro gráfico

<b>SATISFACTORIO</b>	<b>PARCIALMENTE SATISFACTORIO</b>	<b>INSATISFACTORIO</b>
Representa gráficamente en forma correcta ambas consignas.	Representa gráficamente en forma correcta alguna de las dos consignas y la otra con errores no muy graves.	Representa incorrectamente ambas consignas o no responde.

### 3. Resultados y Discusión

Para dar respuesta al objetivo de la investigación: analizar si los alumnos de primer año de ingeniería de la FRSN- UTN, pueden comunicar un enunciado, resultado o texto matemático considerando tres registros de representación semióticos, el natural, el simbólico y el gráfico, se presentan los resultados obtenidos por especialidad y por registro trabajado.

Puede apreciarse en la Tabla 4 la distribución de los estudiantes según su desempeño en la comunicación utilizando el lenguaje natural, considerando la clasificación que se presenta en la Tabla 1.

Tabla 4. Distribución de los alumnos según su desempeño en la comunicación en lenguaje natural

<b>Desempeño</b>	<b>Ingeniería Electrónica</b>		<b>Ingeniería Industrial</b>	
	<b>Cantidad de alumnos</b>	<b>Porcentaje respectivo</b>	<b>Cantidad de alumnos</b>	<b>Porcentaje respectivo</b>
<b>Satisfactorio</b>	0	0%	0	0%
<b>Parcialmente satisfactorio</b>	8	22,86%	12	40%
<b>Insatisfactorio</b>	27	77,14%	18	60%
<b>Totales</b>	<b>35</b>	<b>100%</b>	<b>30</b>	<b>100%</b>

En el análisis de la comunicación en el registro natural, se pudieron establecer tres categorías de errores comunes. Esto se detalla en la Tabla 5.

Tabla 5. Categorías de errores en la comunicación en el registro natural

Categorías de errores comunes cometidos por los estudiantes	Ingeniería Electrónica		Ingeniería Industrial	
	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo
Confunden el símbolo $\vee$ por el $\wedge$	5	14,28%	4	13,33%
Confunden el símbolo $\Leftrightarrow$ por $\Rightarrow$	7	20%	6	20%
Utilizan expresiones imprecisas para hacer referencia a los símbolos $\Leftrightarrow$ o $\Rightarrow$	14	40%	3	10%

Como se puede apreciar según los porcentajes presentados en la Tabla 4, ningún estudiante de las especialidades analizadas ha mostrado un desempeño satisfactorio en la comunicación usando el registro natural. En su mayoría, han tenido un desempeño insatisfactorio porque redactan expresiones sin un sentido matemático preciso o lo vuelven a expresar con predominio simbólico.

En cuanto a los errores cometidos, entre el 15 % y 20% de los estudiantes de las dos especialidades confunden los conectivos lógicos como la disyunción con la conjunción o el condicional con el bicondicional. También se ha observado que la mayoría utiliza expresiones imprecisas para referirse a estos dos últimos como: "...esto significa que...", "...a la vez que...", "...quiere decir que..." o "...de igual forma que...". Se puede apreciar un ejemplo de este tipo de errores en la Figura 2.

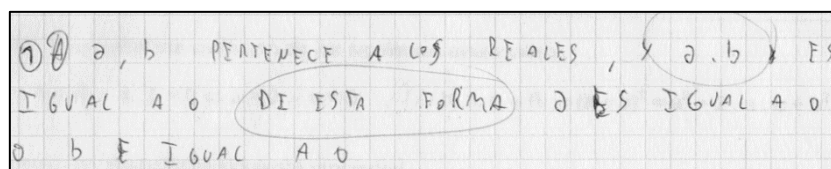


Figura 2. Ejemplo de expresión imprecisa para referirse al bicondicional

Otro aspecto para destacar es que ningún estudiante utiliza las palabras “término” o “factor” para referirse adecuadamente a lo que representan en cada caso las letras “a” y “b”. En cambio hablan de “primero” y “segundo”, cuando expresan con palabras el desarrollo del cuadrado del binomio. Se puede apreciar un ejemplo en la Figura 3.

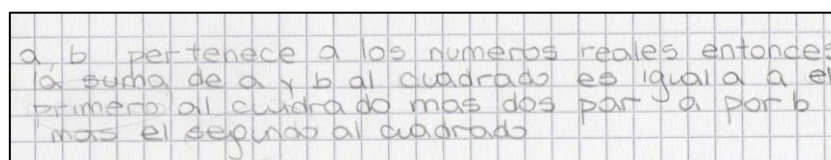


Figura 3. Ejemplo de palabras para referirse a los términos del binomio

La distribución de los alumnos según sus desempeños en la comunicación en el registro simbólico, considerando la clasificación presentada en la Tabla 2, puede apreciarse en la Tabla 6.

Tabla 6. Distribución de los alumnos según su desempeño en la comunicación en registro simbólico

Desempeño	Ingeniería Electrónica		Ingeniería Industrial	
	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo
Satisfactorio	2	5,71%	1	3,33%
Parcialmente satisfactorio	12	34,29%	4	13,33%
Insatisfactorio	21	60%	25	83,34%
Totales	35	100%	30	100%

En el análisis de la comunicación en el registro simbólico, se pudieron establecer tres categorías de errores comunes. Esto se detalla en la Tabla 7.

Tabla 7. Categorías de errores en la comunicación en el registro simbólico

Categorías de errores comunes cometidos por los estudiantes	Ingeniería Electrónica		Ingeniería Industrial	
	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo
Confunden la propiedad con la definición de potencia enésima o expresan correctamente la propiedad, pero para casos particulares	5	14,28%	3	10%
Escriben expresiones sin sentido matemático	11	31,43%	11	36,66%
Colocan nombres a los lados del triángulo pero utilizan otros para escribir en símbolos el teorema	6	17,14%	8	26,66%

Sobre el desempeño de los estudiantes de las dos especialidades en la comunicación utilizando el registro simbólico, cabe destacar que no llega al 5% de resultados satisfactorios según se puede observar en la Tabla 6. En cuanto a los errores comunes observados en la comunicación en este registro, es para destacar que entre un 10% y un 15% escribe la propiedad presentando un caso particular, como se puede apreciar en los ejemplos de la Figura 4.

Figura 4. Ejemplos de propiedad presentando un caso particular

El porcentaje aumenta a casi el 40% de los estudiantes que escriben expresiones en símbolos sin sentido matemático como se observa en la Figura 5.

Figura 5. Ejemplos de expresiones sin sentido matemático para expresar la propiedad

La situación mejora cuando se trata de escribir el Teorema de Pitágoras en símbolos. No obstante algunos estudiantes hablan de “hipotenusa”, “cateto opuesto” y “cateto adyacente” (sin hacer referencia a un ángulo determinado) y luego utilizan otra notación para escribir la fórmula. En la Figura 6 se pueden observar ejemplos de esto.

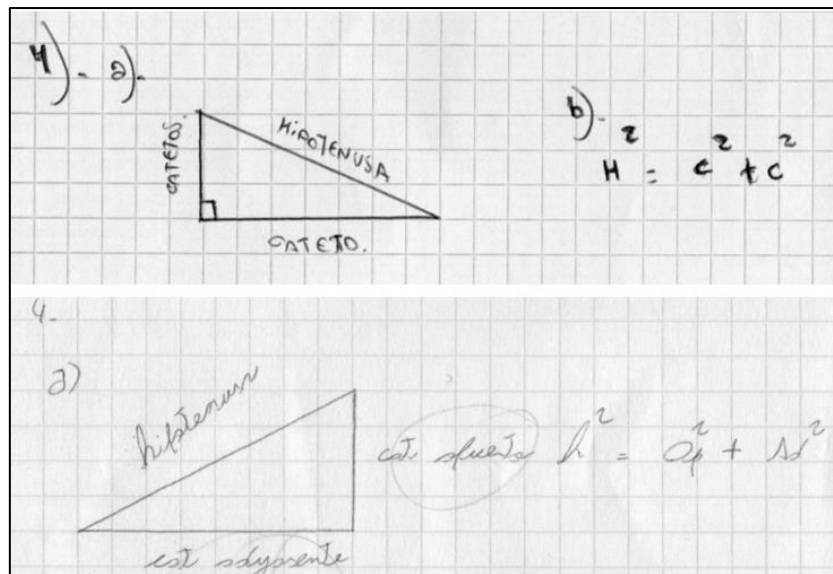


Figura 6. Ejemplos de uso de notación inadecuada para el teorema de Pitágoras

Una importante cantidad de estudiantes, usan indebidamente algunos símbolos lógicos como los cuantificadores. Pareciera que los utilizan como una forma de abreviar escritura y no con su verdadera función. En la Figura 7 se pueden observar algunos de estos casos. Por ejemplo, cuantifican universalmente una figura o una simbología que no corresponde.

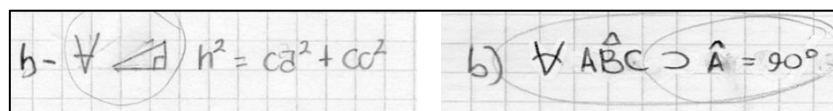


Figura 7. Ejemplos de uso indebido del cuantificador universal

Puede apreciarse en la Tabla 8 la distribución de los alumnos según sus desempeños en la comunicación gráfica, considerando la clasificación que se presenta en la Tabla 3.

Tabla 8. Distribución de los alumnos según su desempeño en la comunicación en lenguaje gráfico

Desempeño	Ingeniería Electrónica		Ingeniería Industrial	
	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo
Satisfactorio	19	54,29%	13	43,33%
Parcialmente satisfactorio	14	40%	1	3,33%
Insatisfactorio	2	5,71%	16	53,34%
Totales	35	100%	30	100%

Para la comunicación en el registro gráfico se han identificado tres grupos que describen los errores más comúnmente observados en las respuestas de los estudiantes a las consignas correspondientes. Esto se presenta en la Tabla 9.



Tabla 9. Categorías de errores detectados en la comunicación en el registro gráfico

Categorías de errores comunes cometidos por los estudiantes	Ingeniería Electrónica		Ingeniería Industrial	
	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo	Cantidad de alumnos	Porcentaje respectivo
En la representación confunde la propiedad de valor absoluto enunciada, con la de menor o igual o con la de igual	0	0 %	6	20%
No grafica para un valor de "a" genérico	0	0%	3	10%
Realizan gráficos incorrectos o no responden	5	14,28%	6	20%

Sobre el desempeño de los estudiantes en la comunicación utilizando el registro gráfico, cabe destacar que más del 40% ha sido satisfactorio como se puede observar en la Tabla 8. En este registro se han observado los mejores resultados.

No obstante, la Tabla 9 muestra que entre el 10% y el 20% de los estudiantes de Ingeniería Industrial, confunden la propiedad enunciada o no grafican para un valor de "a" genérico para el caso del ítem 3. Ejemplos de estos tipos de errores se muestran en la Figura 8.

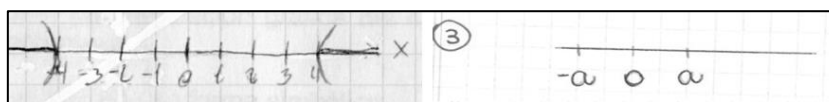


Figura 8. Ejemplos de gráficos considerando un caso particular y descartando el igual o considerando la propiedad con el igual

#### 4. Conclusiones y recomendaciones

Los resultados obtenidos de la investigación muestran claramente que los alumnos que inician el cursado de Análisis Matemático I de Ingeniería de la FRSN-UTN en las especialidades Electrónica e Industrial tienen serias deficiencias a la hora de expresarse en el lenguaje simbólico, propio de la matemática, y en el natural. Su desempeño en la comunicación en dichos registros es el que muestra mayor cantidad de resultados insatisfactorios, mientras que en el gráfico se alcanza el mayor número de resultados satisfactorios.

En esta primera instancia, la diferencia de procedencia de los estudiantes de escuelas de modalidad técnica y no técnica sólo se diferenció en el trabajo sobre el registro gráfico ya que en los otros dos los resultados fueron muy similares y con errores en común.

Teniendo en cuenta que los contenidos abordados en la investigación eran de conocimiento de los alumnos, no convirtiéndose los mismos en un obstáculo, se puede concluir que no logran comunicarlo de forma satisfactoria o parcialmente satisfactoria, tanto en el registro natural como en el simbólico, por el desconocimiento que poseen fundamentalmente en este último.

El rol que juegan los distintos registros semióticos de representación no sólo es importante en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática si no en la comunicación de objetos matemáticos.

Esta investigación lleva a concluir que es prioritario, desde el inicio del ciclo básico, proponer actividades para disminuir las falencias de comunicación observadas. Se deberá intensificar el

trabajo en el aula para colaborar en el logro de una de las competencias del egresado, la de ser capaz de utilizar y articular de manera eficaz distintos lenguajes: formal, gráfico y natural.

## 5. Referencias

- [1] CONFEDI (1996). *Unificación curricular en la enseñanza de las Ingenierías en la República Argentina*. Proyecto ICI-CONFEDI. 302p.
- [2] CONFEDI (2014). Competencias Requeridas para el Ingreso a los Estudios Universitarios en Argentina. En *Documentos de CONFEDI. Competencias en Ingeniería*.
- [3] GIORDANO LERENA, R., Compilador. (2016). *Competencias y perfil del Ingeniero Iberoamericano, formación de profesores y desarrollo tecnológico e innovación*.
- [4] DÍAZ, H. (2009). El lenguaje verbal como instrumento matemático. *Educación y Educadores*, Cundinamarca, Colombia, v. 12, n. 3, p.13-31.
- [5] DUVAL, R. (2004). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales*. Cali: Universidad del Valle.
- [6] CALIGARIS, M; SCHIVO, M; ROMITI, M; SGRECCIA, N. (2013). *Naturalmente difícil*. XXXVI Reunión de Educación Matemática .XXXVI REM., Rosario.
- [7] JIMÉNEZ, M. E.; JIMÉNEZ, M. G.; JIMÉNEZ, M. J. (2014). Estrategia Didáctica para Desarrollar la competencia “Comunicación y Representación” en Matemática. *Escenarios*. v.12, n. 1, p.17-33.
- [8] HERNÁNDEZ SAMPIERI, R.; FERNÁNDEZ COLLADO, C.; BAPTISTA LUCIO, P. (2003). *Metodología de la investigación*. México DF: McGraw Hill.