

EL CARÁCTER RELATIVO DEL MOVIMIENTO: LA IMPORTANCIA DE UNA ADECUADA CONCEPTUALIZACIÓN

Ricardo Addad, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, addad@fceia.unr.edu.ar

Alejandra Rosolio, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, rosolio@fceia.unr.edu.ar

Patricia Sanchez, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, psanchez@fceia.unr.edu.ar

Elena Llonch, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, ellonch@fceia.unr.edu.ar

Rosana Cassan, Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Universidad Nacional de Rosario, cassan@fceia.unr.edu.ar

Resumen— Este trabajo toma sustento en una investigación marco, cuyos objetivos surgieron del estudio de las dificultades detectadas en los estudiantes de Física Básica universitaria en carreras de ingeniería en la comprensión del carácter relativo de aquellas magnitudes físicas relevantes de la mecánica. Se propone una estrategia didáctica basada en la solución de problemas ejemplos en un curso introductorio de mecánica, desde la perspectiva de sistemas de referencia diferentes, confrontando ideas primarias y resultados.

Los conceptos físicos involucrados son construidos y utilizados en referencia a un conjunto de situaciones físicas que progresivamente deberá ser extendido, constituyéndose de importancia en el ciclo superior así como en el desempeño profesional. El análisis de la relatividad del movimiento requiere una estructura conceptual compleja ya que involucra la individualización del observador y la ubicación del cuerpo en un espacio dimensional, el conocimiento de las limitaciones y aproximaciones del modelo utilizado. De este modo, se constituye en un paso previo, junto a la electrodinámica, al estudio de la Relatividad Especial y General. Su aprendizaje y extensión encuentra uso profesional útil en diferentes ramas de la ingeniería, no solo de investigación y formación sino también en el uso práctico, tales como: Sistema de Control Operacional del GPS; investigaciones en imágenes médicas, datación radiactiva, desarrollo de nuevos materiales, dispositivos electrónicos, entre otras.

Palabras clave— *Física Básica Universitaria, Relatividad Clásica, marcos de referencia, extensión de conceptos.*

1. Introducción

La actividad profesional de los ingenieros se centra en la resolución de problemas; es por ello que una de las premisas fundamentales en su formación es el desarrollo de capacidades que le permitan identificar situaciones problemáticas y proceder a la toma de decisiones que orienten la búsqueda de soluciones adecuadas. Si bien la resolución de problemas constituye una actividad fundamental en la mayoría de los cursos de Física en las carreras de Ingeniería, sólo algunos estudiantes tienen el desempeño deseado, evidenciándose una brecha entre los objetivos del aprendizaje y los conocimientos en acto implicados en la resolución.

Este trabajo forma parte del proyecto de investigación marco “El carácter relativo del movimiento en las representaciones de estudiantes de ingeniería”, radicado en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario, con la finalidad de explorar la comprensión de los estudiantes de algunos conceptos básicos sobre la relatividad clásica, pretendiendo estudiar en profundidad la estructura cognitiva sobre este campo, diagnosticar e interpretar sus vulnerabilidades conceptuales cuando ellos ensamblan sus ideas en un primer curso de Mecánica, así como también, proponer o probar nuevas estrategias pedagógicas específicas y estudiar el cambio conceptual después de la instrucción.

En este sentido, los objetivos del proyecto marco de este trabajo orientan a sentar una base sólida sobre la realidad relativa de aquellos conceptos físicos involucrados como paso previo al estudio de la Relatividad Especial (RE) y General (RG). Esta base, no solo involucra el carácter relativo de las magnitudes físicas relevantes, sino también criterios de invariancias, simetrías y fundamentalmente limitaciones de la teoría, que conllevan el uso de aproximaciones, de gran complejidad en su naturaleza conceptual y matemática. Es así que aplicaciones como el Sistema de Control Operacional del GPS, investigaciones en imágenes médicas, datación radiactiva, desarrollo de nuevos materiales y dispositivos electrónicos son extensiones de esta base en áreas de especialización y desarrollo profesional en la ingeniería moderna.

2. Referenciales teóricos

2.1 Movimiento y sistemas de referencia en su descripción clásica

La idea primaria intuitiva de movimiento es el cambio de posición de un cuerpo. Esta afirmación no siempre coincide si son dos o más los observadores quienes aprecian el movimiento, ya que los conceptos de reposo y de movimiento son relativos al observador que los describe. Es necesario indicar una referencia, establecer respecto de quién o de qué cambia la posición del cuerpo, especificando su movimiento respecto a otros, que constituirán el llamado sistema de referencia (SR).

En los cursos introductorios de Física en carreras de ingeniería se presentan múltiples representaciones de la realidad física en marcos o SR diferentes. Estas representaciones están relacionadas, desde el punto de vista disciplinar, con principios de invariancia, los cuales son fundamentales al dar una idea primaria de la modelización del mundo natural. De esta forma, se hace visible que una relación particular no es un mero accidente de alguna posición preferencial de un observador - y del SR que adopta ya sea en forma intuitiva o intencionada -, sino que es un efecto de alguna simetría presente en la naturaleza. Por lo tanto, el SR se concibe como uno de los conceptos básicos a enseñar en cursos que describen el comportamiento de sistemas físicos considerando la

perspectiva de diferentes observadores [1,2]. Este es extendido a toda la física y recobra importancia desde la perspectiva de Einstein, cuya consideración resultará un aporte fundamental en la conceptualización adecuada de la RE y RG.

Dada la arbitrariedad de su elección, es necesaria una destreza adicional, ya que la adopción de un SR apropiado ayuda a la comprensión del fenómeno físico y facilita el estudio del movimiento, simplificando considerablemente las ecuaciones matemáticas asociadas.

En la enseñanza tradicional de la Mecánica, los estudiantes aprenden a solucionar problemas cuantitativos desde un SR fijo a Tierra como escenario en reposo. Así, su aplicación se reduce sólo a la elección y orientación, según conveniencia, del origen y ejes de un sistema de coordenadas para formalizar matemáticamente el estudio. Desde un punto de vista conceptual y didáctico, este enfoque tiende a mantener una concepción aristotélica-ptolomeica, de sentido común construida sobre la base de la percepción de los movimientos que realiza un sujeto tomando como referencia objetos (edificios, árboles, etc.) fijos a la Tierra. Para superar esta concepción, comúnmente, el estudio comienza con cinemática, donde se establece la naturaleza relativa del movimiento y la adición de velocidades (transformación) en su forma galileana, a fin de analizar la descripción desde SR que se mueven con velocidad constante respecto de uno fijo a Tierra. En este contexto el principio de relatividad (PR) es, generalmente, por primera vez establecido en el curso, demandando la equivalencia de todos los observadores en la aplicación de leyes físicas que describen el fenómeno. Esta es una declaración muy general que no puede ser comprobada por estudiantes en el tiempo en que es introducida.

El estudio del movimiento se realiza en el marco de la Mecánica Clásica o Newtoniana, donde se consideran aproximaciones de las características reales del espacio y del tiempo (de acuerdo a las llamadas transformaciones de simetría, con las consiguientes invariancias). El espacio, y por lo tanto su métrica, presenta independencia de los objetos en él inmersos (la métrica del espacio no se ve afectada por los mismos), constancia al transcurrir el tiempo, homogeneidad e isotropía. El tiempo presenta a su vez homogeneidad, anisotropía y simultaneidad absoluta en cuanto a sucesos simultáneos; además se considera como parámetro en tanto es independiente del estado de movimiento del observador y la métrica euclídea no se aplica a él.

El estudio del movimiento utiliza las razones de cambio como lenguaje matemático y las leyes de Newton relacionan las interacciones y las variables relevantes utilizadas para su descripción. De esta forma, los conceptos y relaciones que conforman la teoría de la mecánica relativa contribuyen a desarrollar criterios de selección de SR para simplificar matemáticamente la descripción de movimientos y su consiguiente explicación.

En el área de la investigación en educación en Física, los estudios vinculados con la primera Ley de Newton se centran en el concepto de partícula libre, en estado de reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme, de modo que para “sacarla” de tal estado se necesita que otra (u otras) interactúe con ella. La segunda Ley de Newton busca la causa para explicar cualquier salida del equilibrio, y cuantitativamente establece una proporcionalidad lineal entre la interacción física y la razón de cambio temporal de la velocidad. La tercera Ley facilita la adecuada identificación de las interacciones físicas actuantes sobre un cuerpo determinado, puesto que enfatiza la individualización del agente del medio ambiente que ejerce cada una de ellas [3,4].

Uno de los límites en la validez de las Leyes de la Mecánica de Newton es que se restringe a los llamados Sistemas de Referencia Inerciales (SRI), cuya definición primaria se puede formular como aquellos desde los cuales se observa a la partícula libre con aceleración nula. Detectado uno, serán pues SRI equivalentes todos los que se encuentren en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme respecto de él. Desde todos ellos se cumplen las tres leyes de la Mecánica Clásica, este hecho constituye el llamado PR Clásico (PRC) o de Galileo [1,2,5].

La definición de los SRI como un conjunto de SR que están en reposo o en movimiento uniforme y rectilíneo con respecto a un sistema previamente elegido como inercial, no precisa cuáles son los SRI. Sólo dice que si conocemos uno, podemos encontrar todos los de su clase. En todos ellos las leyes de la mecánica Newtoniana son válidas y mantienen la misma estructura del lenguaje matemático formal para su descripción. Esto implica que *dos observadores solidarios a SRI diferentes no podrían determinar cuál de ellos se encuentra en reposo y cuál en movimiento*; sólo su velocidad relativa tiene un significado objetivo, no existiendo forma alguna de privilegiar un SRI sobre otro. Cabe aclarar que la aceleración intrínseca (absoluta) del SR o su velocidad angular sí puede ser determinada por medidas efectuadas respecto al SR en sí mismo.

De acuerdo a lo expresado, *¿existe la posibilidad de encontrar una partícula libre, es decir, alejada de toda influencia del resto del Universo?*, o en forma equivalente *¿podemos encontrar algún SRI en el Universo?*. Esta pregunta expone una dificultad a la mecánica clásica, y también toca la esencia de la teoría de la RG, y puede ser disparador a la extensión de los conceptos físicos involucrados.

“La Naturaleza se presenta en SR que no son inerciales, donde para el estudio de sus manifestaciones se debe ser cauteloso e incluir en el mismo el uso de aproximaciones, que pueden ser de gran complejidad no sólo de naturaleza conceptual, sino también de naturaleza matemática. En el marco clásico, al hacer esto en forma habitual, se incorpora en los modelos construidos algunos efectos, que no pueden asociarse a interacciones newtonianas, y pueden ser fuente de falsas ideas y errores al tratar de aplicar al estudio particular las leyes de la mecánica [3]”.

2.2 Simetría, Invariancia y forma de las leyes físicas

El PR es mucho más antiguo que la Teoría de la Relatividad (TR), incluso más antiguo que la mecánica clásica de Newton. Fue formulado por Galileo Galilei alrededor de 1600, como un argumento en la discusión del heliocentrismo versus el geocentrismo. Como respuesta a este último argumento Galilei introdujo una nueva idea: la *inercia*, concluyendo que un observador no es capaz de determinar si él está en un SR que está en reposo o en movimiento uniforme y rectilíneo, pudiendo lanzar o dejar caer masas, dejar rodar bolas sobre planos inclinados, medir el periodo de péndulos, o realizar todos los experimentos mecánicos imaginables a su disposición y los resultados serán los mismos en movimiento (uniforme) que en reposo. Este principio en la formulación primaria de Galilei, se expresa: *es imposible determinar en base a experimentos (mecánicos) si un SR está en reposo o en movimiento uniforme y rectilíneo*.

El PRC es solamente válido dentro de la misma clase de SRI (ya que salir de esta clase implica aceleraciones, que son medibles a través de experimentos). Sin embargo, dentro de esta clase, no hay observadores privilegiados: todos los experimentos dan el mismo resultado para cualquier observador solidario a un SRI y por lo tanto todos los observadores inerciales ven la misma física. Este hecho produce una formulación de

equivalencia del PRC: *todos los sistemas inerciales son equivalentes, es decir, todos los observadores inerciales ven la misma física*, imponiéndose de este modo ciertas condiciones sobre la forma de las leyes de la física. Para ello existen las llamadas transformaciones que no solo imponen restricciones en la forma que pueden tener las leyes físicas sino también ofician de traductor sobre los valores obtenidos por observadores solidarios a SR diferentes. Dentro de la clase de SRI, estas transformaciones tienen una forma específica y una estructura matemática de un *grupo de simetría* (grupo de operaciones o transformaciones geométricas que deja invariante cierta entidad geométrica o entidad física). En otras palabras: las leyes de la física deben ser invariantes y las cantidades físicas que aparecen en estas leyes tienen que ser tales que transformen bien bajo las transformaciones de ese grupo, de acuerdo a esto se formula el PR de forma covariante: *las leyes de la física transforman bien bajo las transformaciones del grupo de simetría que relacionan a los distintos observadores*.

Las leyes de la física deben ser *invariantes bajo traslaciones en el tiempo*, no hay un momento especial y son válidas en todos los instantes de tiempo. Esta simetría encaja bien con la hipótesis básica de la ciencia de que los resultados son reproducibles para que la teoría pueda ser refutable: si un científico obtiene cierto resultado en el momento $t = t_1$, otro investigador debería ser capaz de obtener el mismo resultado en $t = t_1 + \Delta t$. Esta simetría se llama la *homogeneidad del tiempo*.

De la misma manera, las leyes de la física deben ser *invariantes bajo traslaciones en el espacio*, físicamente correspondiendo al hecho de que no importa el lugar donde hacemos los experimentos y matemáticamente a que no hay un punto especial en el espacio y que podemos elegir el origen del sistema de referencia donde queramos. Esta simetría se llama la *homogeneidad del espacio*.

La *isotropía del espacio* es el hecho de que todas las direcciones son equivalentes y que no hay ninguna dirección preferida. En otras palabras, la orientación de un experimento físico es irrelevante.

Estas simetrías no solo imponen restricciones en la forma que pueden tener las leyes físicas, sino también ayudan a encontrar soluciones de las ecuaciones de movimiento. Como ejemplo, la homogeneidad del espacio implica que las interacciones permitidas en el potencial de interacción sólo pueden depender de las distancias entre dos partículas, pero no de las posiciones de las partículas con respecto a cierto origen. Así también, la isotropía del espacio implica que este potencial tiene que ser un potencial central, que depende de la distancia radial, pero no de los ángulos. Efectivamente, los potenciales que uno encuentra en teorías de gravedad, electromagnetismo, física molecular o nuclear son típicamente de esta forma, que claramente satisface estos requisitos.

Aparte de las simetrías bajo traslaciones y rotaciones, el PR nos proporciona otra simetría, relacionada con *observadores en movimiento relativo*. Ya que el PR impone que un observador solo es capaz de medir velocidades relativas entre SR, las leyes de la física no pueden ser formuladas en términos de velocidades: sólo los cambios de velocidad son admisibles, ya que estos son independientes de los observadores. Efectivamente, las leyes de Newton están formuladas en función de la aceleración, y no de la velocidad. Pero hay más por destacar: *si dos observadores observan el mismo suceso, cada uno desde su propio SR, se tienen que poder relacionar los resultados de un observador con los resultados del otro*. La relación entre los resultados de diferentes observadores es también una transformación (cambio de coordenadas). Las rotaciones,

las traslaciones en el tiempo y el espacio son ejemplos de cambios de coordenadas, pero igual de importantes son los cambios en los resultados entre dos observadores que están en movimiento relativo.

Al considerar la cinemática relativa podemos clasificar a nuestras magnitudes relevantes (posición, velocidad y aceleración) como: *absolutas*, referidas al SRI (considerado fijo); *relativas*, aquellas que surgen de considerar al sistema móvil (SRI o SRnI) como fijo y de *arrastre*, las que se obtienen considerando el objeto estudiado rígidamente vinculado al sistema móvil. De esta forma, las transformaciones entre las observaciones realizadas en diferentes SRI (S y S') son las correspondientes a las observaciones de Galileo:

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_A = \vec{v}' + \vec{v}_0 = \vec{v}' + \vec{V}. \quad (1)$$

$$\vec{a} = \vec{a}'. \quad (2)$$

Donde las magnitudes sin primar (\vec{v}, \vec{a}) y primadas (\vec{v}', \vec{a}') se refieren a la velocidad y aceleración del objeto bajo estudio observadas en el mismo instante de tiempo desde dos SRI diferentes. La magnitud $\vec{v}_A \equiv \vec{v}_0 = \vec{V}$ es la llamada velocidad de arrastre¹ y la denotaremos con el símbolo \vec{V} .

El análisis de la ecuaciones (1) y (2) muestra que la dinámica es la misma y confirman los resultados conocidos de que en la mecánica newtoniana las posiciones y las velocidades son relativas, pero las aceleraciones son absolutas, en acuerdo con el PR que afirma que diferentes observadores inerciales ven la misma física.

Las leyes de la física que estos observadores inerciales formulan tienen que ser invariantes bajo la observaciones de Galileo (respecto a las relaciones entre sus resultados), y cumplir con las restricciones que imponen en su forma las simetrías correspondientes al espacio y tiempo. Estas forman un grupo, llamado el grupo de Galilei: *grupo de simetrías de la mecánica newtoniana*.

A menudo, en la resolución de problemas de mecánica resulta cómodo seleccionar un observador solidario a un SRnI. Esta selección exige introducir en su descripción unas fuerzas ficticias desde el punto de vista de un observador inercial, a las que se denomina fuerzas de inercia (o seudofuerzas). Estas seudofuerzas, que no tienen par de acción-reacción, se incluyen al tratar de buscar una causa a efectos que no se pueden asociar a una interacción newtoniana [3].²

Al considerar la transformación entre las observaciones realizadas en un SRI (S) y en un SRnI (S'), aumenta la complejidad matemática:

$$\vec{r} = \vec{r}_0' + \vec{r}'. \quad (3)$$

$$\vec{v} = \vec{v}' + \vec{v}_A = \vec{v}' + (\vec{v}_0' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'). \quad (4)$$

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_A + \vec{a}_{Co} + \frac{d\omega}{dt} \wedge \vec{r}' = \vec{a}' + \left(\vec{A} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') \right) + (2\vec{\omega} \wedge \vec{v}') + \frac{d\omega}{dt} \wedge \vec{r}'. \quad (5)$$

Donde las magnitudes sin primar ($\vec{r}, \vec{v}, \vec{a}$) y primadas ($\vec{r}', \vec{v}', \vec{a}'$) se refieren a la posición, velocidad y aceleración del objeto bajo estudio observadas en el mismo

¹ Es la velocidad que tendría el objeto bajo estudio respecto de uno de los SRI, considerado rígidamente unido al otro (coincide con velocidad del origen de un SRI respecto al otro).

² De acuerdo al problema a estudiar y a la elección del sistema de referencia puede reducirse el problema dinámico a uno de estática más sencillo e incluso más intuitivo.

instante de tiempo por un observador en S y otro en S'. La magnitud $\vec{\omega}$ representa la velocidad angular de rotación del SRnI observada desde el SRI, y el símbolo \wedge el operador producto vectorial.

En este caso la velocidad de arrastre $\vec{v}_A = \vec{v}_0' + \vec{\omega} \wedge \vec{r}'$, consta de dos términos (recordar que se considera al objeto bajo estudio rígidamente unido al sistema, en este caso no inercial), el primero es la velocidad del origen del SRnI respecto del SRI al considerar sólo su traslación (arrastre traslacional, no hay restricción en la característica de la trayectoria traslacional) y el segundo término es la velocidad que el objeto bajo estudio tendría si rotara rígidamente unido al SRnI (arrastre rotacional).

El estudio dinámico entre estos sistemas es diferente, hay efectos (aceleraciones) que surgen sólo en virtud de que la observación se lleva a cabo desde un SRnI (acelerado traslacionalmente, rotacionalmente o en movimientos más complejos), y estos efectos no son producidos por interacciones, y por tanto no obedecen la tercera Ley de Newton al no tener pares de acción-reacción. A modo de ejemplo, en la ecuación (5) se reconocen los siguientes: la denominada *aceleración de arrastre*³,

$$\vec{a}_A = \vec{a}_0' + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') = \vec{A} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') \quad (6)$$

y la *aceleración de Coriolis o complementaria*⁴,

$$\vec{a}_{Co} = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}'. \quad (7)$$

El observador físico en un SRnI determina para el objeto bajo estudio una aceleración \vec{a}' con lo que interpretará que sobre la partícula actúa una resultante $\sum \vec{F}'$. Evidentemente estas causas para explicar la salida del equilibrio mecánico son distintas, ésta última contiene los términos:

$$\sum \vec{F}' = m\vec{a}' = m\vec{a} - m\vec{A} - m\vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{r}') - m\vec{a}_{Co} - m\left(\frac{d\omega}{dt} \wedge \vec{r}'\right). \quad (8)$$

Los efectos no causados por interacciones pueden asociarse a fuerzas ficticias o de inercia, y la regla general que beneficia la comprensión es el agregado de ellas una por una, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\sum \vec{F}'_{inercia} = -m\vec{a}'_{inercia}. \quad (9)$$

“Por cada aceleración de inercia o ficticia, debe agregarse en el diagrama de cuerpo libre una fuerza asociada que tiene la misma proporcionalidad a su efecto, como el caso de interacciones newtonianas, de igual dirección pero de sentido contrario [3]”. Una vez construido el diagrama de cuerpo libre sólo falta plantear la ecuación dinámica que resuelva el problema:

$$\sum \vec{F}' = \sum \vec{F} + \vec{F}'_{inercia} = m\vec{a}'. \quad (10)$$

De esta manera, se consignan fuerzas ficticias tales como la Fuerza de Arrastre, Centrífuga, de Coriolis, etc.

³ Consta de dos términos, el primero es la aceleración del origen del SRnI (arrastre traslacional, $\vec{a}_0' \equiv \vec{A}$) y el segundo es la aceleración que el objeto bajo estudio tendría al rotar rígidamente unido al SRnI (arrastre rotacional).

⁴ Se puede observar que no es posible justificarla intuitivamente de primera intención, surge de la influencia del movimiento de arrastre sobre la velocidad relativa y del movimiento relativo sobre la velocidad de arrastre.

2.3 Más allá de la Mecánica de Newton

El verdadero punto de partida de Einstein fue la incompatibilidad de la mecánica newtoniana, la teoría de Maxwell y el PR de Galilei. La mecánica newtoniana y la teoría de Maxwell tienen grupos de simetría diferentes, mientras el PR dice en grandes líneas que todas las teorías físicas deberían tener el mismo grupo. La solución de Einstein a este problema teórico, la TRE, es una reformulación de la mecánica newtoniana en términos del grupo de Lorentz, el grupo de simetría de la teoría de Maxwell. Si todos los sistemas inerciales son equivalentes y todos los observadores inerciales ven la misma física (no sólo la mecánica, sino a la física entera, incluidos el electromagnetismo y la óptica), entonces todos ellos deben llegar a las mismas leyes. En otras palabras extiende el PR a toda la física e introduce un segundo principio de invariabilidad de la velocidad de la luz, según el cual la velocidad de la luz en el vacío es constante e independiente del estado de movimiento del observador. Llevar estos dos postulados hasta sus últimas consecuencias implica abandonar las ideas intuitivas del espacio y el tiempo.

Es más, la teoría de la gravedad, tal como fue propuesta por Newton, no era compatible con la estructura del espacio y el tiempo que surge de la RE. Einstein formuló una nueva versión de la gravedad, a través de la RG, que esencialmente la convierte en una teoría de campos, un concepto introducido por Faraday y Maxwell unos 50 años antes. La interacción gravitatoria ya no es instantánea y a distancia, sino a través de un campo intermediario por el cual la fuerza gravitatoria se propaga con velocidad finita. Lo revolucionario de la RG es la identificación de este campo intermediario con la métrica, un objeto matemático que describe las propiedades geométricas del espacio, induce por lo tanto a una profunda relación entre la gravedad y la curvatura del espacio-tiempo.

De este modo la TR nos enseña unas lecciones en la frontera de la física. Por un lado la RE ha eliminado los conceptos del espacio absoluto, del tiempo absoluto y de la velocidad absoluta, por no ser observables, mientras por otro lado la RG ha incorporado en la física el concepto del espacio-tiempo dinámico, como una entidad física, igualmente real que conceptos como masa, carga, energía o momento angular, ha pasado de ser un escenario estático donde ocurre la física a ser una parte más de ella que influye lo que contiene y puede ser influenciado por ello. Y por otro, nos enseña que una buena teoría física tiene que hacer algo más que simplemente reproducir los resultados experimentales de un observador, debería poder hacerlo para cualquiera de ellos, y si distintos observadores están relacionados por ciertas transformaciones de simetría, entonces la teoría debería reflejar estas simetrías y tomar una forma tal que sea invariante bajo estas transformaciones. En otras palabras, la TR nos enseña la forma en que debemos formular una teoría física. Por ello, no es de extrañar que sea uno de los pilares fundamentales de la física conocida. Lo que resulta curioso, desde nuestro punto de vista educativo moderno post-relativista, es que el PR, que es tan importante en el desarrollo de la TR, no juegue ningún papel de importancia en la enseñanza de la mecánica newtoniana. Se mencionan las transformaciones de Galilei en cualquier curso de física general, aunque más bien de manera anecdótica, puesto que luego no se usan en ningún lado.

¿Se podría aprender y comprender toda la física newtoniana igual de bien, sin conocer la simetría en la leyes Físicas?. Einstein declaró al PR como *primer principio*, una idea cuya validez no se puede demostrar directamente, sino incorporándola en una teoría. Sin embargo, un primer principio es más básico que una teoría, ya que es independiente y previo a ella y puede ser implementado en otras de varias maneras. Lo que nos enseña la

historia de la TR es que *si hay un conflicto entre una teoría concreta y un primer principio, en general de lo que uno se puede fiar es del primer principio.*

3. Dificultades de comprensión y estrategias didácticas diagramadas

En el desarrollo de los cursos de Física Básica universitaria, se han observado y reconocido dificultades de comprensión en los alumnos, respecto a los temas de interés de este trabajo. Para desarrollar la comprensión funcional (conceptual y procedimental) de los estudiantes, se diagramaron y seleccionaron problemas para su trabajo en el aula, proceso que está en continua revisión. Éstos serán resueltos desde SR previamente elegidos para promover la discusión y poner en evidencia concepciones erróneas. La primera elección del SR será por consenso con los alumnos, y una vez realizada la resolución, se discuten las ventajas y desventajas del SR elegido y el docente sugiere la resolución desde los demás sistemas, con el fin de confrontar resultados y comparar los distintos procedimientos. Este acercamiento tiene aspectos metodológicos importantes a destacar, permitiendo: a- que los estudiantes, al detectar contradicciones en la equivalencia de los observadores, analicen conceptualmente la situación, b- la comparación entre clases de soluciones, y a su vez demostrar de un modo convincente la ventaja de usar un SR correctamente elegido; y c- una mejor comprensión del fenómeno considerado cuando es estudiado por observadores diferentes, aproximándose a la realidad no inercial de la naturaleza.

A modo de ejemplo se muestran algunas dificultades de comprensión detectadas y reconocidas junto a problemas diagramados para su trabajo en el aula.

3.1. Sobre los SR, observadores y el PRC.

a) Dificultad en el reconocimiento de la invariancia del intervalo temporal y distancia entre acontecimientos simultáneos

Las transformaciones Galileanas están basadas en las nociones intuitivas de espacio y tiempo. El intervalo de tiempo entre dos acontecimientos cualesquiera es absoluto, independiente del marco de referencia. Pero no ocurre lo mismo con la magnitud y la dirección del desplazamiento que no son invariantes, menos aún cuando los acontecimientos son simultáneos. La excepción corresponde a la medida de la longitud de un objeto. Por ello, la longitud (distancia entre acontecimientos simultáneos) es un invariante en la relatividad Newtoniana.

Sorprendentemente, estas nociones obvias de invariancia en longitud y tiempo presentan problemas de comprensión. Estudios acerca de la cognición de los estudiantes [6,7] muestran que la transformación Galileana de velocidades no presenta dificultades. No obstante, en muchas situaciones los alumnos abandonan la invariancia temporal para salvar la invariancia en la longitud, aun cuando los acontecimientos afectados no son simultáneos. Respecto a este tema puntual, se ha observado su traslación a las transformaciones entre distintos SR. Se puede observar una rigidez en la creencia y respeto a la transformación Galileana hasta el punto de no tener en cuenta la rotación del SRnI. Esto muestra una dificultad en la comprensión del último término en la ec. (4), que se evidencia al ser ignorado por gran cantidad de estudiantes al resolver los problemas.

b) Consideración del SR como un escenario sin ningún propósito explicativo [6].

El análisis de estas dificultades de comprensión condujo a la diagramación de las siguientes cuestiones para su trabajo áulico:

Ejemplo (1): En una cinta de transporte en movimiento uniforme, se encuentra un pasajero y dos de sus maletas separadas por una distancia d , en reposo respecto a la cinta. En determinado momento el pasajero camina hacia una de ellas con el fin de juntarlas, la toma y vuelve. Durante su desplazamiento, el hombre camina con velocidad constante en relación a la cinta. Analice las siguientes cuestiones, y justifique su acuerdo o no con ellas: a-El hombre tarda menos tiempo en su regreso al traer la maleta que cuando va a buscarla, b-El hombre tarda más tiempo en su regreso al traer la maleta que cuando va a buscarla, c- El hombre camina una menor distancia cuando va en búsqueda de su maleta, que cuando vuelve con ella, d-El hombre camina una mayor distancia cuando va en búsqueda de su maleta, que cuando vuelve con ella.

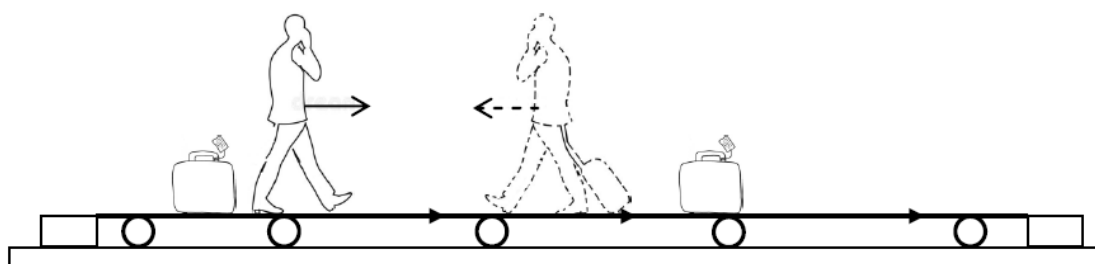


Figura 1. Ejemplo (1).

Ejemplo (2) Una mesa horizontal lisa posee dos canaletas perpendiculares entre sí como se muestra en la figura y se desplaza con una velocidad de módulo constante respecto a Tierra. Dos esferas recorren sus canaletas correspondientes con velocidades del mismo módulo respecto a la mesa que las contiene.

Para un observador fijo a Tierra: ¿Cuál es la longitud de las canaletas que recorren las esferas? ¿Cuál es la distancia recorrida por cada esfera? ¿Cuál es el tiempo que tarda cada esfera en recorrer su correspondiente canaleta? Justifique.

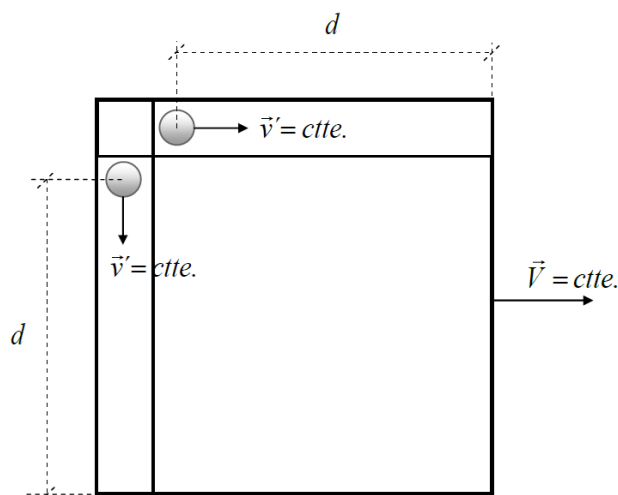


Figura 2. Ejemplo (2).

c) Justifican el PRC a través de la llamada reciprocidad cinemática [8,9], considerando que el carácter inercial o no inercial de un SR es una propiedad relativa de dos SR.

La investigación previa [1]⁵, confirmó en parte que los estudiantes comprenden y/o justifican el PRC utilizando este razonamiento. Claramente, una gran mayoría de estudiantes son conscientes de la equivalencia de SR (“observadores solidarios a SR”) pero la mayor parte de ellos establecen esta equivalencia a través de la reciprocidad cinemática y no avanza con la identidad de las leyes como un argumento para la equivalencia de los SR.

De acuerdo a esto, se diagramaron problemas que contienen variaciones semánticas del PRC para que comenten si eran verdaderas o falsas, dando sus razones justificadas. Como ejemplo (3): *Considere los dos observadores mostrados en la Figura 3, el primero de ellos (A) en reposo respecto a la Tierra, y el segundo (B) corriendo con velocidad constante. Como (B) se mueve con relación a (A) con velocidad \vec{v} , (A) se mueve con relación a (B) con velocidad $-\vec{v}$. No hay manera de privilegiar cualquiera de estos observadores, por lo tanto (A) y (B) son observadores equivalentes.*

En otro problema se cambió la situación a la consideración de la aceleración relativa entre SR. El análisis de los resultados previos mostraron que pocos estudiantes articulan la idea básica que buscábamos, a saber que mientras la reciprocidad cinemática es verdadera hasta en esta segunda cuestión, los SR no son equivalentes, ya que la esencia del PRC es la identidad de leyes en los dos SR. Esta comprensión profundamente defectuosa de la consideración del carácter inercial o no inercial como una propiedad relativa entre dos sistemas también fue hallada en estudios anteriores [7,9]. Como ejemplo (4): *Considere los dos observadores mostrados en la Figura 4, el primero de ellos (A) en reposo respecto a la Tierra, y el segundo (B) esquiando con aceleración constante. El observador (B) es un SRnI y se mueve con relación a (A) con una aceleración constante \vec{a} . Claramente (A) se mueve con relación a (B) con aceleración constante $-\vec{a}$. De esta manera el observador A es un SRnI.*

Fueron también trabajadas variaciones como el ejemplo (5) que se muestra en la Figura 5: *Considere los dos esquiadores (A) y (B) que mantienen su velocidad relativa constante al bajar por una pista inclinada. Si el esquiador (B) se encuentra en reposo relativo a (A), (A) se encuentra en reposo relativo a (B). Por lo tanto, ambos observadores, (A) y (B) se constituyen en SRI.*

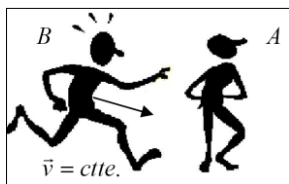


Figura 3. Ejemplo (3).

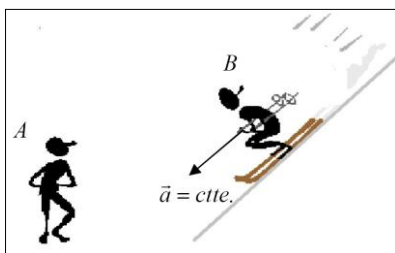


Figura 4. Ejemplo (4).

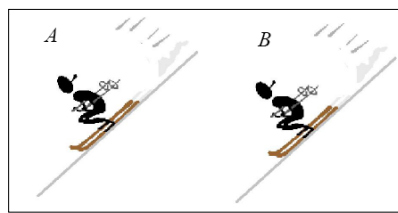


Figura 5. Ejemplo (5).

d) Reconocen al movimiento y la velocidad como propiedades físicas inherentes al objeto móvil, independiente de observadores [10,11]. Como consecuencia de esto, los estudiantes no definen la velocidad de un cuerpo con respecto a un SR [12].

⁵ En base al trabajo de investigación de carácter exploratorio consistente en una serie de evaluaciones diagnósticas preliminares y principales se obtuvo un repertorio con base empírica de concepciones de los estudiantes en declaraciones interpretativas puntuales que mejor captan la comprensión conceptual de estos, destacando sus vulnerabilidades en el tema. El tratamiento y resultados obtenidos permitió diagramar, modificar y seleccionar problemas para su trabajo en el aula.

e) Creen en la existencia de observadores privilegiados, con acceso inmediato a la obtención de valores apropiados de los parámetros espaciales y temporales que caracterizan el movimiento. Así los estudiantes no consideran la equivalencia de observadores violando el Principio de Relatividad. Las conclusiones del estudio preliminar [1] mostraron como resultado que la mayoría de los estudiantes involucrados en el estudio comprenden en términos absolutos respecto a referencias para la descripción del movimiento. Lo que deberíamos considerar, es cómo la enseñanza de la Física influye en su modo de pensar; en algunos parece reforzar este problema: la idea del movimiento absoluto se encuentra profundamente arraigada en su pensamiento. Consideran que algunas “referencias” son más apropiadas, privilegiando un SR sobre otro y buscan uno absoluto. Aceptan el uso de SR para la descripción pero utilizan uno fijo a Tierra, no aceptando como SR uno móvil.

f) Otras como: (i) los SR tienen límites definidos por la extensión espacial de los objetos asociados; (ii) los fenómenos pertenecen a marcos o SR.

3.2. Sobre momento lineal, trabajo y Energía

Las leyes de conservación tanto del ML, como de la E, así como también el teorema del trabajo y de la energía cinética (TTE_C), tienen una importancia central en el estudio del movimiento de un sistema físico.

La ley de conservación del ML, establece que un sistema cerrado⁶ (SC) no varía su ML al transcurrir el tiempo. A diferencia de las leyes de Newton, la ley de conservación del ML es válida no sólo dentro del marco de la mecánica clásica y se constituye como una de las leyes fundamentales de la física, ya que está relacionada con una propiedad de simetría del espacio, su *homogeneidad*. En el marco de la mecánica clásica, la ley de conservación del ML se puede considerar como una consecuencia de las leyes de Newton. Para un SC mecánico la resultante de las fuerzas externas es nula, y por lo tanto se conserva su ML.

Tanto el ML, como la energía cinética (E_c) (y por lo tanto energía mecánica (E_m)) de una partícula, son relativos al observador, esto es, cuando se habla de ellos se debe especificar el referencial en el cual se miden. Asimismo, el trabajo realizado por una fuerza sobre una partícula depende del SR desde el que se describe el movimiento. No sucede así con el TTE_C que es invariante galileano, y puede ser extendida su validez a SRnI incluyendo a las fuerzas de inercia como externas en el cálculo de la fuerza neta que actúa sobre el sistema bajo estudio.

Ahora bien, ¿qué sucede con la E_m ? Las distintas formas de movimiento de la materia que se estudian en Física están asociadas a transformaciones de E, y ésta caracteriza cuantitativamente a un sistema con respecto a las posibles transformaciones del movimiento que pueden ocurrir en él. Estas transformaciones se producen en virtud de la interacción de las partes que conforman el sistema, tanto entre sí como con los cuerpos externos. Para analizar las formas cualitativamente distintas del movimiento y las interacciones que les corresponden, en física se introducen diversas formas de la E: mecánica, interna, electromagnética, etc.

Para describir el proceso de intercambio de energía entre los cuerpos que interaccionan se utiliza en mecánica el concepto de trabajo de la fuerza aplicada al cuerpo que se

⁶ Un sistema mecánico se llama *cerrado* o *aislado* si no interacciona con cuerpos externos. Ninguno de los cuerpos de un sistema cerrado sufre la acción de las fuerzas externas.

considera. En los llamados sistemas conservativos es válida la siguiente *ley de conservación de la E_m* : cuando un sistema conservativo evoluciona mecánicamente, su E_m no varía. En particular esta ley aplicada a los SC conservativos, se expresa como: *la energía mecánica de un SC no varía con el tiempo, si todas las fuerzas internas que actúan en dicho sistema son conservativas o no realizan trabajo.*

La ley de conservación de la E_m está relacionada con la *homogeneidad del tiempo*. Esta propiedad del tiempo se manifiesta en que las leyes del movimiento de un SC (o de un sistema que se encuentra en un campo exterior estacionario) no dependen del instante de tiempo que se elija. La E_m de un SC *no conservativo* varía a expensas del trabajo que realizan todas las fuerzas internas no conservativas. La acción de estas fuerzas, por ejemplo las fuerzas de rozamiento, ocasiona una disminución paulatina de la E_m del SC. Este proceso se llama *disipación de la energía*. Respectivamente, un sistema cuya E_m disminuye continuamente con el tiempo, recibe el nombre de *sistema disipativo*. Durante la disipación de la E se produce la transformación de la E_m del sistema en otras formas de E. La transformación de la E_m se efectúa de acuerdo con una de las leyes generales de la naturaleza: la ley de conservación de la E. Según esta ley, la E puede pasar de una forma a otra y redistribuirse dentro del sistema, pero su cantidad total en un SC debe permanecer constante.

Las dificultades más comunes se dan en las siguientes situaciones: a) al despreciar en colisiones cuerpos de gran masa (“o masa infinita”) en el balance de E_m .⁷; b) al describir situaciones de la experiencia diaria (saltar, trepar, etc.) en términos del trabajo normalmente definido y c) al considerar las fuerzas de inercia.

En un sistema de partículas que colisionan elásticamente, bajo la restricción de considerar SC, la invariancia (de observadores) en la conservación del ML es una demostración directa. Una invariancia de este tipo respecto a la conservación de la E no resulta obvia, ya que si bien la E potencial no presenta problemas ya que es independiente de la velocidad, la conservación de E_c del sistema considerado en observadores en movimiento relativo será cierta sólo si el ML se conserva. Resulta esencial entonces la consideración de un SC. En general, en este tipo de problemas, los objetos involucrados se tratan como masas puntuales indeformables y por lo tanto, en el balance de E no aparecen explícitamente términos que involucren trabajo.

En la situación más realista, las dificultades comienzan cuando el PRC es aplicado a balances de trabajo y E, especialmente cuando son tratados cuerpos deformables en sistemas abiertos o uno de los objetos es extremadamente masivo [13]. A modo de ejemplo se muestra una de las cuestiones problemáticas para su trabajo áulico correspondiente al *tratamiento de una interacción que involucra cuerpos de gran masa*. Una situación común, correspondiente a una colisión elástica de una pelota contra una pared (figura 6-a), es usualmente analizado desde un SR en el cual se observa a la pared en reposo. El ML de la pelota no se conserva, pero sí su E ya que aparentemente la colisión es elástica. La falta de simetría en la conservación entre la E y el ML podría constituirse en una dificultad de comprensión para un estudiante que inicia el estudio, esto sucede al considerar como sistema bajo estudio sólo a la pelota, ya que definido de este modo no es un SC y por lo tanto no se conserva ni el ML ni la E de ella. Sin embargo, mientras se podría despreciar la E transferida a la pared (colisión elástica) no ocurría lo mismo con el ML transferido. De hecho, al considerar el sistema pelota-

⁷ En general, la interacción cambiará la E_c de todos los cuerpos interactuantes, sin importar su tamaño. Tomando en cuenta sólo esta consideración, la conservación de la E_m muestra ser un invariante de Galileo

pared, uno podría decir que el ML fue distribuido por la colisión, pero la E no: ésta “permanece en la pelota”. Pero, ¿por qué?: aquí la presencia de un cuerpo de gran masa como la pared fija a Tierra juega un rol importante.

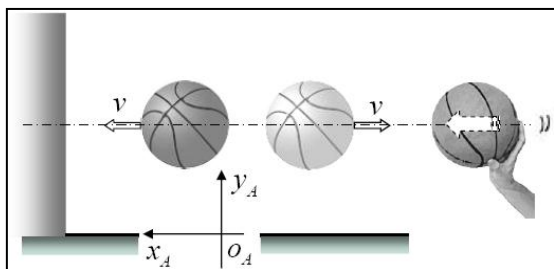


Figura 6-a

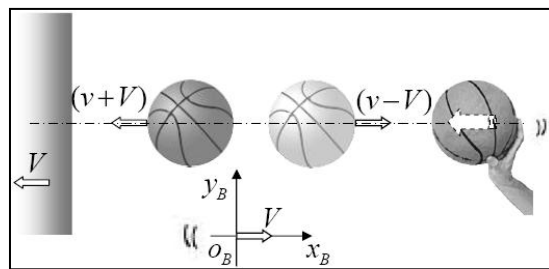


Figura 6-b

En el problema propuesto, se analiza la situación de dos SRI distintos, uno fijo a Tierra⁸ donde se observa a la pared en reposo relativo (figura 6-a: “Observador A”, con un sistema de coordenadas solidario (o_A, x_A, y_A)) y otro (figura 6-b: “Observador B”, con uno (o_B, x_B, y_B)) en movimiento relativo a Tierra con velocidad constante \vec{V} . Analizando la colisión desde el observador A, sería posible despreciar la pared en la conservación de la E intencionalmente o inconscientemente. En las observaciones según B, la pared no puede ser despreciada: las contribuciones tanto de la pelota como de la pared son igualmente importantes para equilibrar tanto el ML como la E.

Otros autores han publicado trabajos describiendo experiencias didácticas que muestran la ventaja de usar más de un sistema de referencia en la enseñanza de las leyes de conservación [13,14].

4. Reflexiones finales y recomendaciones

La resolución de nuevas situaciones problemáticas requiere significados. Aprender es adquirir la información útil como un instrumento conceptual para facilitar la resolución de tales situaciones. En el tema de interés de este estudio, el concepto de SR es fundamental no sólo para la comprensión del PRC y su extensión relativista, sino también para mostrar cómo la resolución de problemas tiene su base en una representación conceptual o casi conceptual de la realidad y como tal, habilita el análisis de intuición en términos de Física. Al analizar el referencial teórico correspondiente, y las dificultades de comprensión identificadas en estudios previos, se observa que se pueden extraer conclusiones (de gran variedad semántica e igual contenido físico) que deberán ser perfectamente catalogadas, ubicadas y utilizadas en el modelo que se aplique a la solución del problema planteado. Sólo conociendo las raíces propias del referencial teórico y anticipándonos a las posibles dificultades de comprensión de los alumnos podremos ser capaces como docentes de utilizar y coordinar una serie de estrategias según el contexto de enseñanza.

En general, los resultados obtenidos muestran que en la enseñanza de la Física, nos equivocamos en despreciar la relatividad Newtoniana como obvia. Las nociones intuitivas de los alumnos tienen que ser con cuidado modificadas al repertorio correcto de nociones preceptivas de la relatividad Newtoniana como paso previo a una transición, quizás más difícil, como la requerida en camino hacia la teoría de la relatividad de Einstein.

⁸ Se desprecian los efectos de naturaleza no inercial del marco o SR Tierra.

5. Referencias

- [1] ADDAD, R. (2012). *Relatividad Clásica: dificultades de comprensión en el estudio del movimiento*. Memorias XI Simposio de Investigación en Educación en Física, Esquel, Chubut, Argentina.
- [2] ADDAD, R. (2015). Relatividad Clásica: conceptos básicos. *Revista de Enseñanza de la Física*, Córdoba, v. 27, n. Extra, p. 653-659.
- [3] ADDAD, R.; LLONCH, E.; D´AMICO, H. y ROSOLIO, A. (2011). *Relatividad Clásica: dificultades en el estudio del movimiento*. Memorias XVII Reunión Nacional de Educación en la Física, Villa Giardino, Córdoba, Argentina.
- [4] ROSOLIO, A.; SANCHEZ, P.; LLONCH, E.; CASSAN, R. (2015). *Los diagramas de interacción en la enseñanza de la física básica universitaria*. IV Jornada de Experiencias Innovadoras en Educación en la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura, Rosario, Santa Fe, Argentina.
- [5] MARTÍNEZ, A. (2005). Conventions and inertial reference frames, *American Journal of Physics*, v. 73, n.5, p. 452-454.
- [6] PANSE, S., RAMADAS, J. Y KUMAR, A. (1994). Alternative conceptions in Galilean relativity: frames of reference. *International Journal of Science Education*, v. 16, n.1, p.63–82.
- [7] RAMADAS, J., BARVE, S. Y KUMAR, A. (1996). Alternative conceptions in Galilean relativity: inertial and non-inertial observers. *International Journal of Science Education*, v.18, n.5, p.615–629.
- [8] BANDYOPADHYAY, A. (2009). Students' ideas of the meaning of the relativity principle. *European Journal of Physics*, v.30, n.6, p.1239-1256.
- [9] BANDYOPADHYAY, A., y KUMAR, A. (2010). Probing students' ideas of the principle of equivalence. *European Journal of Physics*, v.32, n.1, p.139-159.
- [10] SALTIEL, E. Y MALGRANGE, J. L. (1980). “Spontaneous” ways of reasoning in elementary kinematics. *American Journal of Physics*, v.1, p.73-80.
- [11] AGUIRRE, J. M. (1988). Student preconceptions about vector kinematics. *The Physics Teacher*, v.26, n.4, p.212-216.
- [12] SCHERR, R., SHAFFER, P. Y VOKOS, S. (2002). The challenge of changing deeply held student beliefs about the relativity of simultaneity. *American Journal of Physics*, v.70, n.12, p.1238-1248.
- [13] ADDAD, R.; LLONCH, E.; ROSOLIO, A. y SANCHEZ, P. (2013). *Relatividad Clásica: dificultades en el estudio del movimiento II*. Memorias XVIII Reunión Nacional de Educación en la Física, San Fernando del Valle de Catamarca, Catamarca, Argentina.
- [14] DIAZ, R.; HERRERA, W.; MANJARRES, D. (2009). Work and energy in inertial and non inertial reference frames, *American Journal of Physics*, v.77, n.3, p.270-273.