

MOVIMIENTO CIRCULAR: UNA PROPUESTA DIDACTICA MEDIADA POR TIC BASADA EN MOSTRACIONES Y SIMULACIONES

Eugenio Devece, IMApEC, Departamento Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería UNLP Avenida 1 y 47, La Plata, Argentina, IEC, EMIPASIVA, UTN FRLP Avenida 60 y 124, La Plata Argentina, eugdvc@gmail.com

Patricia Torroba, IMApEC, Departamento Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería UNLP Avenida 1 y 47, La Plata, Argentina, patricia.torroba@gmail.com

Fabian Videla, IMApEC, Departamento Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería UNLP Avenida 1 y 47, La Plata, Argentina Centro de Investigaciones Ópticas (CIC CONICET UNLP) Cno. Centenario y 506 La Plata Argentina, fabvdla@gmail.com

Luisina Aquilano, IMApEC, Departamento Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería UNLP Avenida 1 y 47, La Plata, Argentina, luuaquilano@gmail.com

Resumen— En este trabajo se presenta una serie de herramientas didácticas con grado progresivo de complejidad enfocadas en el estudio del movimiento circular. En el estudio de este movimiento se pueden identificar algunas causas elementales que generan conceptos equivocados. Entre ellas podemos identificar: Dificultades en el empleo del lenguaje (fuerza centrífuga, fuerza centrípeta), dificultades en la comprensión del abordaje matemático de la situación ya que se incorporan operaciones vectoriales y en consecuencia representación de las variables en 3 dimensiones, dificultades en la comprensión de la física aplicada para la resolución del problema (identificación de los agentes actuantes).

Luego de haber discutido el modelo que describe el movimiento circular se pondrán en juego el grado de comprensión del tema a través de mostraciones con grado de complejidad creciente. Estas mostraciones se realizan con dispositivos diseñados en la cátedra de fácil adquisición en el mercado local, obteniendo las magnitudes más relevantes a través de TIC. Se pretende generar aparentes contradicciones entre el marco teórico y la experiencia motivando así a los alumnos a profundizar el grado real de las destrezas adquiridas para resolver problemas relativos al tema.

Una vez observadas las exposiciones se evaluará en forma escrita la interpretación de estos fenómenos lo que permitirá explorar el lenguaje empleado y la interpretación física de la situación.

Para paliar las dificultades en la formulación matemática proponemos el uso de simulaciones ya que ellas permiten observar la representación en tres dimensiones de las variables vectoriales.

Palabras clave— *TIC, Simulaciones, Refuerzo de destrezas para resolver problemas*

1. Introducción

Dentro de la cátedra de Física I del Departamento de Ciencias Básicas, de las carreras de Ingeniería se realizan actividades de diseño y desarrollo tanto de dispositivos didácticos como propuestas didácticas para la enseñanza de Física [1], [2], [3], [4]. Con el objetivo de favorecer el entendimiento de los modelos que describen el movimiento circular, se diseñaron diversos dispositivos con el objeto de exponer distintas situaciones que involucran el fenómeno estudiado. La construcción de este material didáctico estuvo motivada en mostrar a los alumnos una aplicación concreta de las ecuaciones de la dinámica circular [5], [6], [7], [8]. Los dispositivos consisten en plataformas circulares dispuestas en forma horizontal y vertical sobre las que es posible, en algunos casos, variar su velocidad angular permitiendo controlar las condiciones experimentales de acuerdo a la situación a estudiar. En este proceso de revisión y renovación en la manera de abordar los contenidos de la asignatura Física I, se presenta una propuesta didáctica sobre los modelos que describen el movimiento circular y otros recursos que ayudan a clarificar la exposición de los conceptos. Posteriormente se evaluará mediante el análisis de situaciones la comprensión conceptual del tema, no solo para verificar la aplicación mecánica de las expresiones involucradas sino también para evaluar la comprensión de los conceptos físicos involucrados. La comprensión de este movimiento es un objetivo ineludible tanto en el área de las ciencias físicas como en el de la ingeniería aplicada ya que desde el punto de vista fundamental introduce el concepto vectorial de la aceleración como la resultante de la variación de la dirección y no sólo de su magnitud como los casos de movimiento en una dirección además de sus diversas aplicaciones en la industria y en la tecnología.

2. Materiales y Métodos

Los materiales empleados son de construcción sencilla e involucran objetos como: cuerdas, motores de corriente continua, discos graduados, correas y poleas. Uno de ellos consiste en un objeto autopropulsado (mecanismos a cuerda, pilas etc.) que le permite desplazarse en forma rectilínea si la única interacción es el roce con el piso, (caballito a pila y autito a pila). Cuando se lo vincula a una cuerda fija en un punto, su movimiento resulta circular, ver Fig 1.

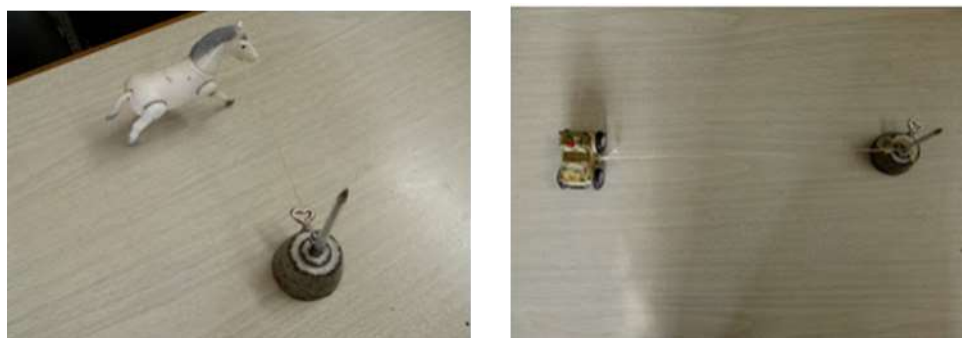


Figura 1. Dispositivos empleado para analizar la interacción de una partícula con una fuerza central

Fuente: elaboración propia

MOVIMIENTO CIRCULAR: UNA PROPUESTA DIDACTICA MEDIADA POR TIC BASADA EN MOSTRACIONES Y SIMULACIONES

El otro dispositivo, se muestra en la Fig. 2, consiste en un disco cuyo eje es traccionado por un motor con velocidad variable. Ese disco está cubierto por una cúpula de material transparente que permite observar el efecto de las fuerzas que este sistema ejerce sobre un bloque de madera que se introduce entre el disco y la cúpula como se aprecia en una vista lateral y otra en planta.

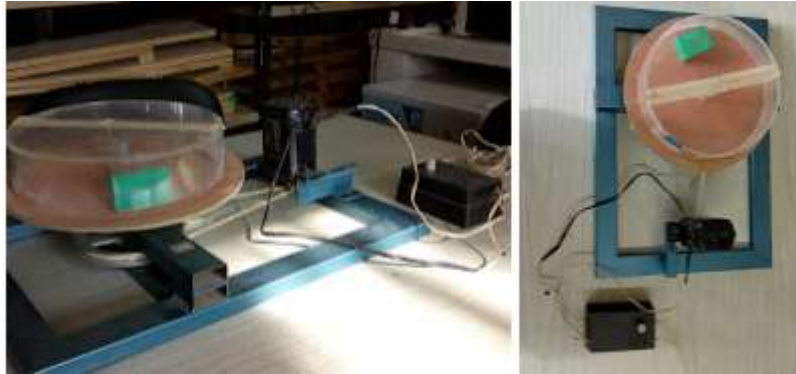


Figura 2. Dispositivo empleado para analizar la interacción de una partícula con una pared lateral.

Fuente: elaboración propia

El último dispositivo, mostrado en la Figura 3, es un disco graduado cuyo eje contiene un engranaje acoplado por medio de una correa a otro disco de mayor diámetro. Este último tiene una manivela que permite controlar manualmente la velocidad.



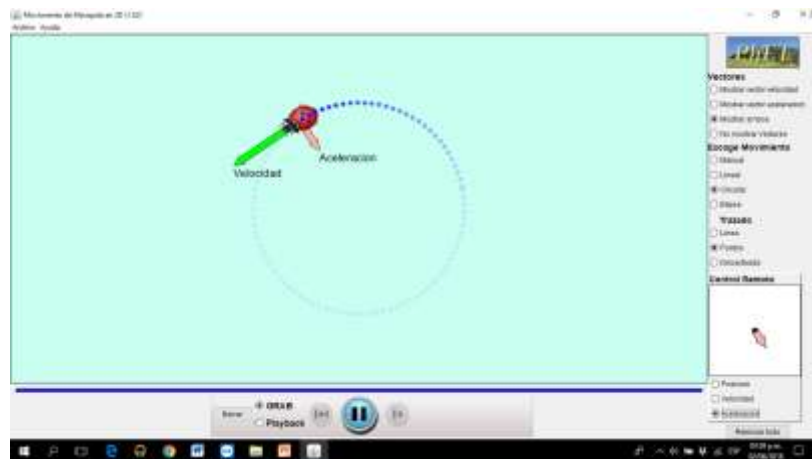
Figura 3. Dispositivo empleado para estudiar la independencia del radio de la órbita con la masa cuando la velocidad tangencial es máxima.

Fuente: elaboración propia

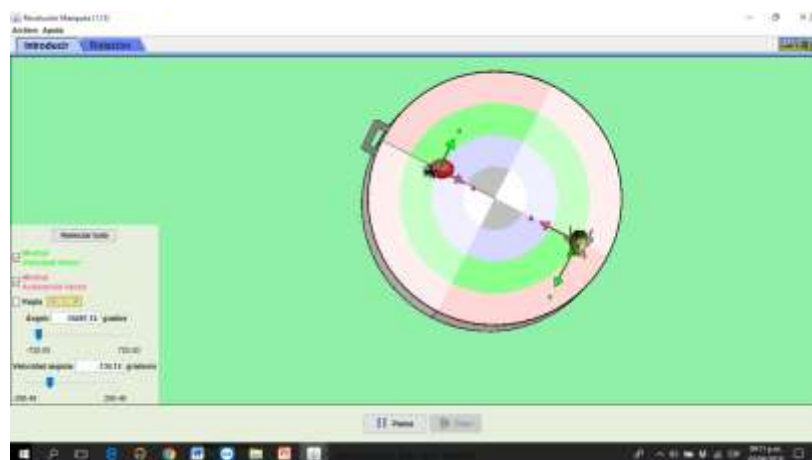
En este trabajo se emplean además simulaciones que en particular fueron desarrolladas por la Universidad de Colorado PHET [9]. Dentro del conjunto de simulaciones disponibles en la red se ha empleado la aplicación “Revolución Mariquita” que se muestra en la Fig. 4. Sus objetivos son visualizar un conjunto de variables y así describir el movimiento de rotación de un insecto en una plataforma giratoria. Además describe el comportamiento de estas variables de acuerdo a la posición del insecto sobre la plataforma. En la vista 1 se muestra la posibilidad de explorar varios movimientos y la fuerza resultante asociada. En la vista 2 puede investigarse la relación entre la velocidad tangencial y la fuerza en función del radio para 2 insectos simultáneamente. En la tercera vista puede girarse el carrusel provocando un movimiento de rotación,

MOVIMIENTO CIRCULAR: UNA PROPUESTA DIDACTICA MEDIADA POR TIC BASADA EN MOSTRACIONES Y SIMULACIONES

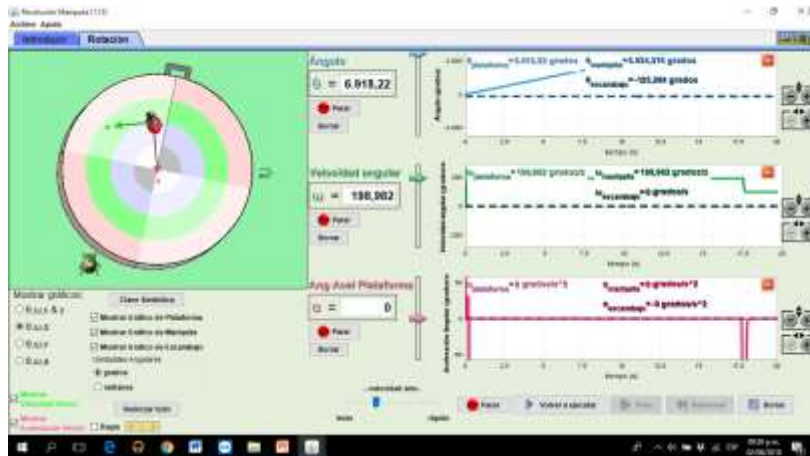
pudiendo cambiar su velocidad angular y analizar el gráfico de aceleración angular o elegir una velocidad angular constante. También permite explorar cómo el movimiento circular se relaciona con la posición x , y , la velocidad, y aceleración usando vectores o gráficos. Este tipo de simulaciones, complementa el tratamiento del tema, ya que con ellas es posible visualizar algunos de los aspectos del fenómeno que no son tan claros al observar el dispositivo. Por ejemplo en las simulaciones además es posible visualizar los vectores representando la velocidad lineal y angular, aceleración lineal y angular pudiendo apreciar su ubicación geométrica, y demás graficas de esas magnitudes. De esta forma se puede estudiar su evolución temporal reforzando además la comprensión de la relación entre esas variables.



Vista 1



Vista 2



Vista 3

Figura 4. Distintas vistas del programa de simulación.
Fuente: Universidad de Colorado E.U.A.

Los modelos empleados se basan en la aplicación de las leyes de Newton y operaciones de la geometría basada en el conocimiento de los productos escalares y vectoriales.

Normalmente se detectan inconvenientes a la hora de comprender los modelos y las interpretaciones del movimiento circular entre las que podemos mencionar

- 1) El tema estudiado es normalmente uno de los primeros fenómenos en los cursos de Física I donde se aplican operaciones que involucran vectores.
- 2) Implica comprender un movimiento en dos dimensiones.
- 3) Al aplicar las leyes de Newton resulta dificultoso para los alumnos reconocer los agentes que ocasionan este tipo de movimiento. En consecuencia tienden a asignar a los sistemas bajo estudio interacciones inexistentes.
- 4) Reconocer el marco de referencia inercial para evitar confusiones con términos como “Fuerza centrípeta y Fuerza centrífuga”.
- 5) Comprender que las magnitudes angulares designadas convencionalmente como $\vec{\theta}$, $\vec{\omega}$, $\vec{\alpha}$ (posición, velocidad y aceleración angular respectivamente) también son vectores.

Es fundamental que los conceptos anteriores se manejen con solvencia ya que serán retomados en temas posteriores entre los que se puede listar:

- 1) Aplicar conceptos energéticos en planos horizontales y verticales ya que estos últimos permiten incorporar la idea de aceleración tangencial y la aparición de la aceleración angular.
- 2) Verificar el comportamiento de la cantidad de movimiento y de su relación con el momento angular \vec{L} . Normalmente \vec{L} termina asociándose sólo a los movimientos circulares y no a los rectilíneos.
- 3) Movimientos combinados de rotación y traslación. Rodadura sin deslizamiento. Caso de la cicloide.
- 4) La rotación en un giróscopo. Composición de rotaciones

Como se deduce de la lista, las dificultades atraviesan varios conceptos introducidos en diferentes momentos de la cursada lo que origina un desafío adicional. Partiendo de

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a} \quad (1)$$

y sabiendo que el movimiento es circular inferimos que el vector velocidad (que es tangente al círculo descrito en el movimiento) está cambiando de dirección y sentido instante a instante.

Surge de la definición de la aceleración

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad (2)$$

que ésta no sólo depende de la variación del módulo sino también de la variación de su dirección. Se suele recurrir a una operación vectorial (resta de vectores) para mostrar que la aceleración resultante apunta hacia el centro de la trayectoria circular de donde se deduce que en (1) de todas las fuerzas que intervienen en la sumatoria por lo menos alguna tiene una componente radial. Tomando un incremento finito para $t = t_2 - t_1$ correspondiente al recorrido del arco desde P hasta Q considerando que la velocidad instantánea tiene módulo constante representado en la Fig. 5 con los vectores de módulo $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$, Cuando las velocidades son distintas la situación se ha representado con las velocidades $|\vec{V}_1| > |\vec{V}_2|$ y también se ha recurrido a la resta de vectores para obtener el vector “variación de velocidad” $\Delta \vec{v}$. La representación geométrica de ambos casos es la siguiente:

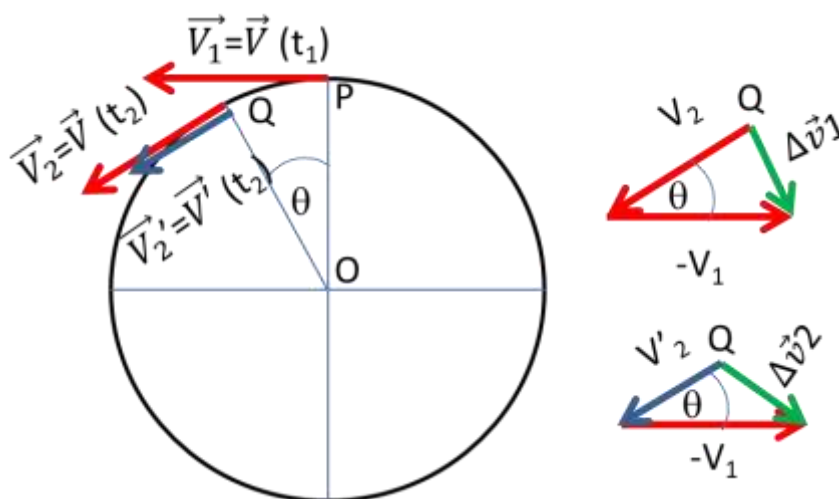


Figura 5. Esquema geométrico empleado para la deducción de la aceleración radial.
Fuente: elaboración propia

El resultado de la resta vectorial muestra que el vector $\Delta \vec{v}$ apunta desde Q hacia el centro de la circunferencia. Si se considera que el triángulo OPQ es semejante al formado por $-\vec{V}_1$, \vec{V}_2 y $\Delta \vec{v}_1$ que es isósceles pues $|\vec{V}_1| = |\vec{V}_2|$ siendo $\overline{OP} = r$ se

obtiene la aceleración radial. Con las consideraciones anteriores recurrimos a la relación de semejanza de triángulos

$$\left| \frac{\Delta v}{v} \right| = \left| \frac{\Delta s}{r} \right| \quad \text{donde } |\Delta s| = r|\theta| = \overline{PQ} \quad \text{siendo } \overline{PQ} \text{ un pequeño segmento que se aproxima}$$

al arco $r\theta$, dividiendo la relación anterior por Δt obtenemos

$$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r} \vec{r} \quad (3)$$

Cuando las velocidades son diferentes, la aceleración resultante tiene una componente radial y otra tangencial

Veremos que la relación entre las magnitudes presentes en el movimiento circular es interpretable con productos vectoriales deducible de su ubicación espacial y la aplicación de la regla de la mano derecha.

En la Fig. 6 se muestra la relación vectorial que existe entre el vector posición, su desplazamiento y el ángulo rotado.

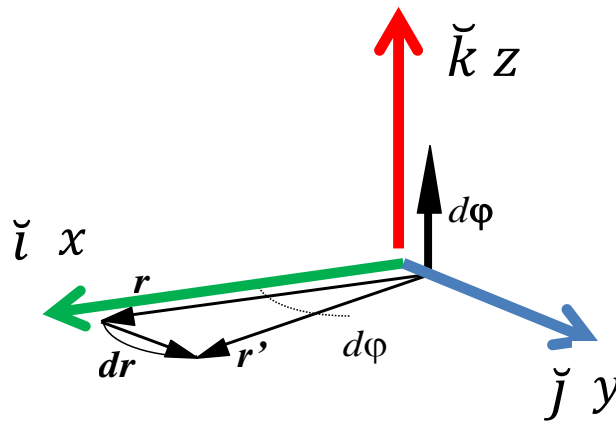


Figura 6. Relación entre un elemento de arco recorrido y el ángulo rotado.
Fuente: elaboración propia.

$$d\vec{\omega} = d\vec{\phi} \times \vec{r} \quad (4)$$

La relación geométrica anterior, con la que se dedujo 3, tiene también una interpretación vectorial. Derivando 4 se obtiene:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (5)$$

Si derivamos la velocidad respecto del tiempo obtendremos la aceleración resultante

$$\vec{a}_{resultante} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(\vec{\omega} \times \vec{r})}{dt}$$

$$\vec{a}_{resultante} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a}_{resultante} = \vec{\alpha} \times \vec{r} + \vec{\omega} \times \vec{v} \quad (6)$$

$$\vec{a}_{resultante} = \vec{a}_{tangencial} + \vec{a}_{centripeta} \quad (7)$$

En la Fig. 7 se grafican los vectores contenidos en la ec. (6) y ec. (7) para una partícula con velocidad v y los planos donde se encuentran esos vectores.

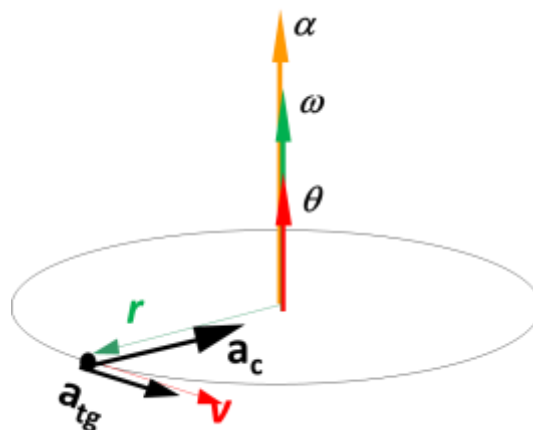


Figura 7. Relación general entre variables angulares y lineales.
Fuente: elaboración propia

Esa relación vectorial es de difícil apreciación y su complejidad se infiere pues involucra 5 vectores como indica la expresión 6, poniendo en evidencia que la componente de aceleración tangencial (variación en el módulo de v) aparece si existe aceleración angular α . La componente de aceleración radial asimismo aparece siempre que la velocidad angular ω no sea cero, lo que es equivalente a decir que es suficiente que la velocidad tangencial v cambie de dirección.

De la ec.(5) y la ec.(6) se deduce que la aceleración resultante tiene dos componentes una radial y otra tangencial. Además en la ec.(5) se pone en evidencia la relación entre la velocidad tangencial y la velocidad angular.

3. Resultados y Discusión

Con los elementos y métodos seleccionados proponemos analizar 3 situaciones típicas.

1) Una atracción de un parque de diversiones consta de un cilindro vertical largo que gira alrededor de su eje lo suficientemente rápido como para que cualquier persona que se encuentre en su interior se quede pegada a la pared cuando se retira el piso, como se muestra en la Fig.8. El coeficiente de roce estático entre la persona y la pared vale $\mu_e=0.40$ y el radio del cilindro $R=4m$. Calcular la velocidad angular mínima con que éste debe girar para que nadie sufra un accidente.

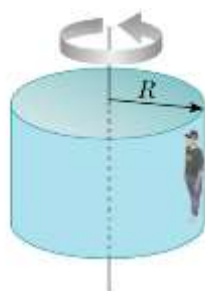


Figura 8. Representación esquemática de la situación 1).

Fuente: www.fisicaclass.files.wordpress.com

2) Se hace girar (en sentido antihorario) un bloque pequeño de masa $m_1=0,25$ kg que está sobre una mesa horizontal sin fricción, tal como muestra la Fig. 9, a una distancia $R=0,5$ m de un agujero en el centro de la mesa. Un cordón atado al bloque pequeño pasa por el orificio y está unido por el otro extremo a un bloque suspendido de masa $m_2=1$ kg. La masa gira de tal forma que este bloque se encuentra en reposo (respecto de Tierra). a) Realizar el diagrama de fuerzas sobre m_1 y sobre m_2 . b) Hallar la tensión de la cuerda. c) Calcular la velocidad tangencial y la angular. d) Determinar la aceleración radial y la angular. e) Representar en un gráfico la dirección y sentido de las velocidades y de las aceleraciones.

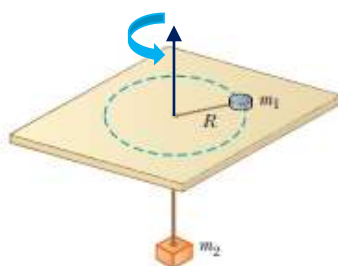


Figura 9. Representación esquemática de la situación 2).

Fuente: Elaboración propia.

3) Un vehículo ingresa a una curva de radio $R=1500$ m,
a) Realizar el diagrama de fuerzas sobre el auto.
b) ¿Cuál será la máxima velocidad con la que podrá circular sin salirse de la carretera?
Coeficiente de roce estático goma –hormigón $\mu_e=0,7$

Algunas de las situaciones planteadas pueden ser asistidas para su mejor comprensión, por los dispositivos experimentales mostrados en la Fig 1 y la Fig 2 y por simulaciones. La situación 1) pone de manifiesto la acción de una fuerza central y el agente que la produce (pared). Este caso puede ser estudiado por los alumnos utilizando el dispositivo mostrado en la Fig.2. Se puede modificar la velocidad angular, la posición del objeto y el coeficiente de roce entre la pared y el objeto; y analizar los efectos que esos cambios producen.

Los dispositivos mostrados en la Fig. 1, permiten analizar la relación entre la fuerza central, en caso del auto o el caballo está dada por la cuerda, con el movimiento circular. En la simulación (vista 3) es posible observar por ejemplo la aparición de la aceleración angular a través del cambio de su módulo. La completa interpretación del modelo se obtendrá por el estudio de la expresión 6 donde quedará claro que el vector aceleración angular y el de velocidad angular están en un plano normal a los discos representados en las simulaciones.

En el caso de la situación 2), el cuerpo sobre la mesa se desplazaría radialmente pero si se lo hace rotar es capaz de “sostener al cuerpo más pesado”. También aquí puede emplearse la simulación ya que permite observar la aceleración. La vista 2 permite observar también las variables cinemáticas lineales, angulares.

En la situación 3) se plantea la determinación de la máxima velocidad que puede tomar un auto en una curva sin derrapar. En este caso se puede emplear el dispositivo observado en Fig. 3 y en la simulación en la Fig.4, vista 3, porque permiten observar el efecto de la velocidad máxima según el radio (por ejemplo permite verificar el efecto de despiste del móvil) otra vez en este caso pueden explorarse las variaciones en la aceleración angular y radial y en las velocidades angulares.

4. Conclusiones y recomendaciones

La evaluación propuesta del método se hará por medio de encuestas personales que contendrán distintas situaciones problemáticas. Los contenidos relevados serán fraccionados en tres ítems a) comprensión de la diferencia entre aceleración radial y tangencial, b) aceleración y velocidad angulares, c) comprensión de los agentes responsables de las dos aceleraciones. Se relevarán resultados en el grupo en donde se ha explorado el tema aplicando esta metodología, como en otros donde no, a efectos de verificar la eficiencia de esta propuesta.

Por otra parte, los resultados obtenidos a través de esta metodología ya han sido analizados en otros trabajos con diferente temática [10], la estadística arroja una eficiencia comparativa entre los grupos que participaron del método respecto a un grupo testigo del orden del 20 %. La introducción de simulaciones, demostraciones y actividades experimentales resulta beneficiosa para los estudiantes.

Las simulaciones contribuyen a la identificación de la naturaleza vectorial de las velocidades lineales y angulares, eliminan preconceptos sobre las magnitudes angulares así como también refuerzan las ideas sobre el abordaje de problemas que involucran vectores en 3 dimensiones. La demostración contribuye a comprender la naturaleza vectorial del modelo teórico que describen los dispositivos empleados.

5. Referencias

- [1] TORROBA, P., DEVECE, E., TRÍPOLI, M., AQUILANO, L. (2016). Cinemática y el análisis de una función: una propuesta didáctica para su articulación en el contexto de una Facultad de Ingeniería. *Revista de la Enseñanza de la Física*, v. 28, p. 91-99.
- [2] DEVECE, E., TORROBA, P., VIDELA, F. (2015). El empleo de las TIC para validar los modelos teóricos en el estudio del movimiento de rototraslación. *Revista de la Enseñanza de la Física*, v. 27, p. 411-417.
- [3] COSTA V., TORROBA P., DEVECE, E., (2013). Articulación en la enseñanza en carreras de ingeniería: el movimiento armónico simple y las ecuaciones diferenciales de segundo orden lineal. *Lat. Am. J. Phys. Educ.* v.7, p.350-356.

- [4] DEVECE, E., TORROBA, P., MENDOZA ZÉLIS P., CZERWIEN, J. C., AQUILANO, L. (2017) Diseño de un dispositivo para la enseñanza de modelos que describen fluidos en movimiento. *Cuartas Jornadas de Investigación, Transferencia y Extensión. Secretaría de la Facultad de Ingeniería.*
- [5] TIPLER, P. A. (2001). *Física*, Barcelona. Primera y Cuarta edición. (Ed) REVERTÉ.
- [6] SERWAY, R. A. (1999). *Física Volumen I*. México, tercera o cuarta edición. *Mc Graw-Hill*
- [7] SEARS, ZEMANSKY, YOUNG. (1999). *Física universitaria, Volumen I*. México, 9^a.ed.
- [8] RESNICK, R., HALLIDAY, D. Y KRANE, K. (2008). *Física, Volumen 1*, México Quinta edición. (C.E.C.S.A.)
- [9] <https://phet.colorado.edu/es/simulations/category/physics/motion>
- [10] VIDELA, F., TORROBA P., DEVECE E., AQUILANO L. (2018). *IITCE Aplicaciones tecnológicas inspiradas en el dispositivo de Venturi: Un pretexto para visitar la ecuación de Bernoulli. Congreso Latinoamericano de Ingeniería y Ciencias Aplicadas CLICAP 2018- San Rafael, Mendoza- Argentina, vol 5 p.p. 1031-1039*
- [11] PESA, M., BRAVO, S. Y PÉREZ, S. (2012). La importancia de las actividades de laboratorio en la formación de ingenieros. *Memorias del Decimoprimer Simposio de Investigación en Educación en Física. Sief XI Esquel, Argentina.*