

## MODELADO Y SIMULACIÓN DE LAS ECUACIONES DE LA CINÉTICA PUNTUAL EN SIMULINK

**David Martín Eduardo Almaraz**, Comisión Nacional de Energía Atómica, FCEfyN | RA-0 ,  
UNC, davidalmaraz.ib@gmail.com

**Alejandro Jorge Di Benedetto**, Comisión Nacional de Energía Atómica,  
aledibe2003@gmail.com

**Resumen**— El presente trabajo tiene como finalidad didáctica alcanzar dos objetivos: el de reproducir el comportamiento del crecimiento de los neutrones de un reactor nuclear (funcionamiento normal), y con esta primera aproximación, lograr desarrollar el simulador de un reactor. Nuestro punto de partida fue la utilización de las “Ecuaciones de la Cinética Puntual” para modelar o predecir dicho comportamiento. Estas ecuaciones son nada menos que ecuaciones diferenciales de primer orden. Gracias a las herramientas matemáticas actuales desarrolladas en software, se pudo resolver dichas ecuaciones. En este caso se utilizó como herramienta de modelado y simulación el bloque de Simulink de MATLAB.

Se logró modelar el crecimiento de la población neutrónica con un solo grupo de neutrones, siguiendo la “Teoría de un solo grupo”. Si bien es cierto ya existen códigos neutrónicos para el modelado del comportamiento de la población neutrónica, pero dentro de un marco de seguridad nuclear donde se requiere altísima precisión y definición en los métodos numéricos utilizados.

Este desarrollo de carácter didáctico en Simulink es un aporte valioso para la enseñanza de la física de reactores de forma sencilla, versátil y de interface amigable para la presentación e interpretación de los datos y curvas características.

**Palabras clave**— *Cinética Puntual, Modelo de simulación, Simulink.*

### 1. Introducción

En un reactor nuclear se lleva a cabo la fisión nuclear en forma auto sostenida y controlada del material combustible, que en este caso es el  $U^{235}$  (Uranio – 235). Para poder estudiar y entender el comportamiento de la cinética de reactores y luego el control de los mismos, se utilizan las Ecuaciones de la Cinética Puntual, que es un sistema de 7 (siete) ecuaciones diferenciales de primer orden, las cuales son las que modelan el comportamiento de la población neutrónica en el tiempo, dentro de un reactor nuclear.

Este sistema de ecuaciones define la “cinética de reactores”. Según como lo expresan Glasstone y Sesonske [1] “la potencia de funcionamiento de un reactor nuclear depende de la masa del material fisil, la sección eficaz microscópica de fisión y del flujo

## **Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink**

neutrónico”, siendo este último factor el que mejor se presta al control de la potencia de funcionamiento.

“La potencia neutrónica depende del flujo de neutrones, y que a su vez el flujo neutrónico depende del tiempo de los distintos precursores de neutrones retardados (6 grupos) y de la reactividad, caracterizando así el comportamiento temporal de la población neutrónica” [1].

## **2. Materiales y Métodos**

### **2.1 Cinética de Reactores**

La cinética de reactores está definida a través de las Ecuaciones de la Cinética Puntual, estas ecuaciones como ya dijimos anteriormente son diferenciales, y de primer orden, por lo tanto el crecimiento de la población neutrónica ( $n$ ) depende de la velocidad de fisión y esta es proporcional a “ $n$ ”.

La vida neutrónica es de gran importancia en la cinética de los reactores, porque es el tiempo transcurrido entre la liberación de un neutrón en un proceso de fisión y los dos caminos que puede tomar dicho neutrón; la absorción o escape del mismo.

De modo que la vida de un neutrón en un reactor térmico se acostumbra a dividir en dos partes [1]:

- a) Tiempo de moderación o intervalo medio de tiempo necesario para que los neutrones de fisión sean moderados a energías térmicas.
- b) Tiempo de difusión o vida neutrónica térmica, que es el intervalo medio de tiempo durante el cual difunden los neutrones térmicos, hasta que se pierden de uno u otro modo.

### **2.2 Comportamiento de la población neutrónica**

Para analizar el comportamiento de la población neutrónica en función del tiempo, seguimos la Teoría de un grupo de neutrones analizada por Glasstone y Sesonske [1]. El autor admite que los procesos de producción, difusión y absorción de neutrones tienen lugar con una sola energía. Esto permitiría desprestigiar el tiempo de moderación de los neutrones de fisión, así como su escape y captura de resonancia durante la moderación.

Realmente esto simplifica mucho el cálculo analítico y computacional, al estimar que existe un solo grupo de neutrones retardados donde la constante de decaimiento de los mismos es en realidad una media ponderada de los seis grupos de neutrones retardados o precursores.

Existen tablas con los valores de la vida media ( $T_{1/2}$  [s]), las constantes de decaimiento de cada neutrón retardado ( $\lambda_i$  [ $s^{-1}$ ]), la fracción de neutrones retardados correspondientes ( $\beta_i$  [adimensional]) y la relación entre la fracción de neutrones retardados y las constantes de decaimiento respectivamente ( $\beta_i / \lambda_i$  [s]), como lo expresa a continuación la Tabla 1, extraída de Glasstone y Sesonske (1968). Pero debemos aclarar que estos valores pueden variar y son los que definen a un reactor en particular y su combustible.

**Tabla 1.** Constantes de desintegración y rendimiento de precursores de neutrones retardados en la fisión térmica de Uranio – 235.

$T_{1/2}$ [s]	$\lambda_i$ [ $s^{-1}$ ]	$\beta_i$ (adimensional)	$\beta_i / \lambda_i$ [s]	$\lambda\tau$ [ $s^{-1}$ ]
55,7	0,0124	0,00021	0,0171	0,0774
22,7	0,0305	0,00141	0,0463	
6,22	0,111	0,00127	0,0114	
2,3	0,301	0,00255	0,0085	
0,61	1,1	0,00074	0,0007	
0,23	3	0,00027	0,0001	
Total		0,0065	0,084	

Fuente: Glasstone,y Sesonske (1968). “Ingeniería de Reactores Nucleares” – pág. 264.

### 2.3 Ecuaciones de la Cinética Puntual

Al describir estas ecuaciones, nos enfrentamos a un sistema de 7 ecuaciones diferenciales de primer orden a variables separables, que describen los seis grupos de neutrones retardados, como lo expresamos seguidamente:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(R-1)\beta_{ef}}{\Lambda} * n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i + S_0 \quad (1)$$

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} * n - \lambda_i C_i \quad (2)$$

Donde:

n: Población neutrónica [neutrones]

R: Reactividad del sistema [dólar]

$\beta_{ef}$ : Fracción total de neutrones retardados [adimensional]

$\lambda_i$ : Constante de decaimiento i-esima [ $s^{-1}$ ]

$\Lambda$ : Tiempo entre generaciones de neutrones instantáneos [s]

$\beta_i$ : Fracción de neutrones retardados i-esima [adimensional]

$C_i$ : Concentración de precursores de neutrones retardados [ $1/cm^3.s$ ]

$S_0$ : Fuente de neutrones externa [neutrones/  $cm^3.s$ ]

## **Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink**

Siguiendo la “Teoría de un grupo” y utilizando la constante de decaimiento promediada, al igual que la fracción de neutrones retardados, queda de la siguiente manera:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(R-1)\beta_{ef}}{\Lambda} * n + \lambda C + S_0 \quad (3)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\Lambda} * n - \lambda C \quad (4)$$

Como bien lo menciona Hernández Solís [2] en su trabajo, existen métodos de resolución analítica, como los procedimientos iterativos de integración numérica, con lo cual, la exactitud de la solución dependerá del tiempo de integración. No obstante, a modo didáctico y de transmisión del conocimiento a través de herramientas computacionales como MATLAB, se pudo hacer una primera aproximación del comportamiento del crecimiento neutrónico a partir del modelado de dichas ecuaciones en Simulink.

### **2.4 Modelado en Simulink**

En nuestro caso se utilizó MATLAB R2017a en el entorno de Simulink, la interpretación de las ecuaciones diferenciales como bloques de integración es de importancia, ya que de ello depende la resolución y elección de las distintas herramientas que ofrece el software.

Por lo tanto al aplicar dichas herramientas en bloques se pudo modelar las Ecuaciones de la Cinética Puntual a partir de operadores matemáticos, ganancias, constantes, y osciloscopios o graficadores. Es tal la versatilidad del manejo de estos bloques que se pudo modelar y simular la población neutrónica del reactor nuclear RA-0 | FCEfyN – UNC.

Para el modelado y simulación de dicha población neutrónica, hizo falta acceder a los parámetros del Reactor Nuclear RA-0, los cuales se detallan a continuación en la Tabla 2:

## Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink

**Tabla 2.** Constantes de desintegración ( $\lambda_i$  [ $s^{-1}$ ]) y fracción de neutrones retardados o precursores característicos ( $\beta_i$  [adimensional]) del RA-0.

$\lambda_i$ [ $s^{-1}$ ]	$\beta_i$ [adimensional]
0,0127	0,038
0,0317	0,213
0,115	0,188
0,311	0,407
1,4	0,128
3,87	0,026

Al utilizar la Teoría de un solo grupo de neutrones, el  $\lambda_{total}$  [ $s^{-1}$ ] representa una media ponderada de los seis grupos de neutrones. La cual sigue el cálculo siguiente:

$$\lambda_{total} = \frac{\beta}{\sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{\lambda_i}} \quad (5)$$

Donde:

$\beta$  : Beta efectivo, que caracteriza al reactor, es un parámetro que se mide.

$\beta_i$  : Fracción de neutrones retardados i-esima

Para el RA-0 el  $\beta$  efectivo tiene un valor de 0.00856, que es un valor adimensional. Por lo tanto al calcular el  $\lambda_{total}$  obtenemos un valor de 0.00067122 [ $s^{-1}$ ]. El valor de la fuente de neutrones que se utiliza en el reactor es de Americio-Berilio con una entrega constante de 26500 neutrones.

Ya con los valores característicos del reactor nuclear RA-0, se puso en marcha el modelado de la cinética puntual y posterior simulación con la obtención de curvas y datos.

## **Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink**

### **2.5 Generación de un Script**

En primer lugar se generó un Script para definir las variables a utilizar e inicializarlas. Estas variables son los parámetros ya mencionados anteriormente lo que caracterizan al RA-0.

```
%Población neutrónica
Bef=0.00856;
D=0.086;
Bef/D
%Constantes de decaimiento de precursores
La1=0.0127;
La2=0.0317;
La3=0.115;
La4=0.311;
La5=1.4;
La6=3.87;
%Fracción de neutrones retardados o precursores
B1=0.038;
B2=0.213;
B3=0.188;
B4=0.407;
B5=0.128;
B6=0.026;
Bisuma= B1+B2+B3+B4+B5+B6
BiLai= ((B1/La1)+ (B2/La2)+ (B3/La3)+ (B4/La4)+ (B5/La5)+ (B6/La6))
LaT = (Bef/ (BiLai))
```

*Este Script nos sirve para ahorrarnos la definición de variables e inicializarlas dentro de Simulink, pudiéndose hacer cualquier cambio de valores desde el Script sin modificar las variables en cada bloque de Simulink.*

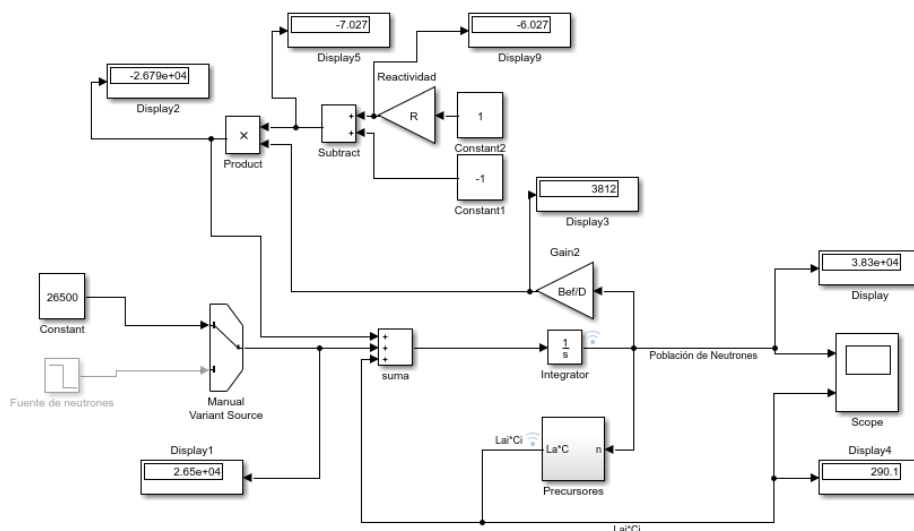
## **3. Resultados y Discusión**

### **3.1 Ecuación de la Cinética Puntual en Simulink**

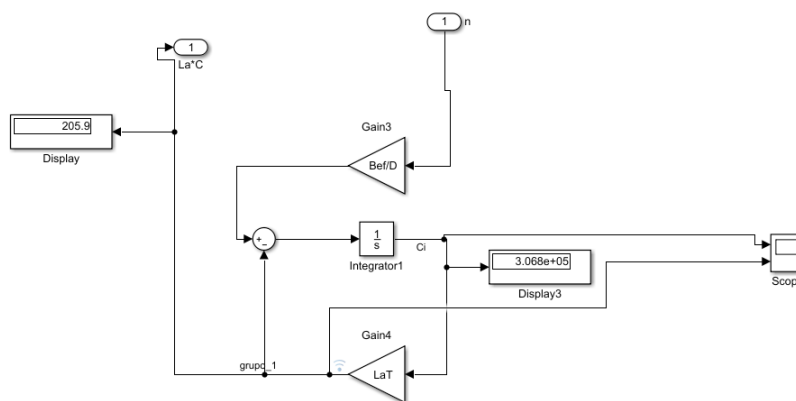
Se desarrolló el modelo de la Ecuación de la Cinética Puntual simulando un reactor nuclear en funcionamiento normal. La variación de la reactividad del sistema fue entre un mínimo de -10 y un máximo de 1. Cabe aclarar que la unidad de reactividad para esta ecuación es el [dólar]. Esta unidad surge por una cuestión de seguridad, partiendo de la relación de reactividad ( $\rho$ ) y el  $\beta_{ef}$  que es característico de cada reactor que depende del combustible y de la geometría del reactor nuclear. Esta relación define a la reactividad en dólar, la cual no debe superar al  $\beta_{ef}$  ya que esto significaría un crecimiento exponencial incontrolable de neutrones (Prompt Critical). Por lo tanto un reactor no debe llegar nunca a una reactividad ( $R=1U\$$ ).

## Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink

En el modelado se pudo discriminar en cada bloque las variables u operaciones que caracterizan a la ecuación diferencial mencionada, como también los Display que se montaron y que permiten visualizar los valores que van tomando las distintas etapas de la ecuación. El módulo de “Precursores” es en donde se encuentra la segunda ecuación diferencial caracterizando a un solo grupo de neutrones retardados o precursores, siguiendo la “Teoría de un solo grupo”. Ver Figura 1 y 2.



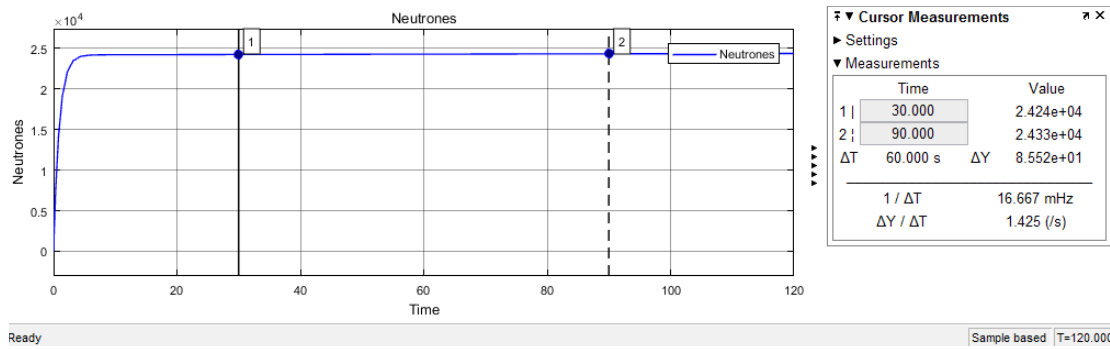
**Figura 1.** Esquema en bloques del modelado de la Ecuación de la Cinética Puntual.



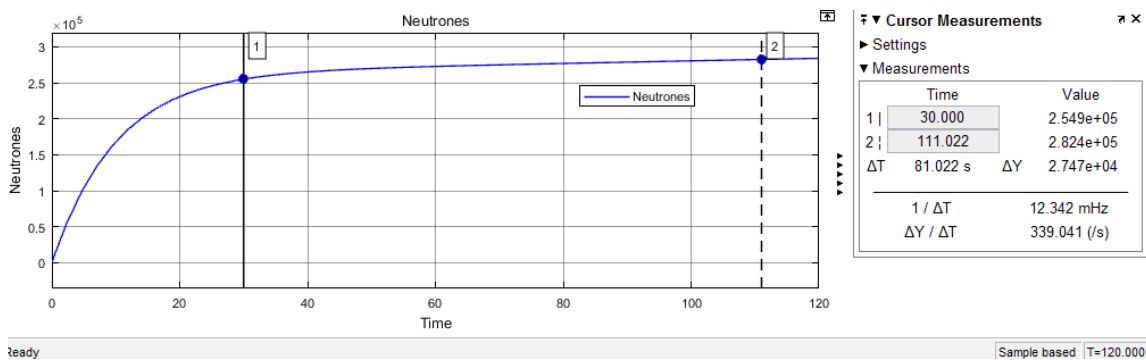
**Figura 2.** Esquema en bloques del modelado de la Ecuación de la Cinética Puntual. Precursores.

Nuestro reactor empieza su funcionamiento con una reactividad de -10 dólares, y luego se va inyectando reactividad positiva o haciendo que su reactividad sea menos negativa. La población neutrónica se ve influenciada por este balance de reactividad que determina un comportamiento característico del crecimiento de los neutrones, y que su vez definen los diferentes estados del reactor en Subcrítico – Crítico – Supercrítico según que describen las Figuras 3, 4 y 5 respectivamente.

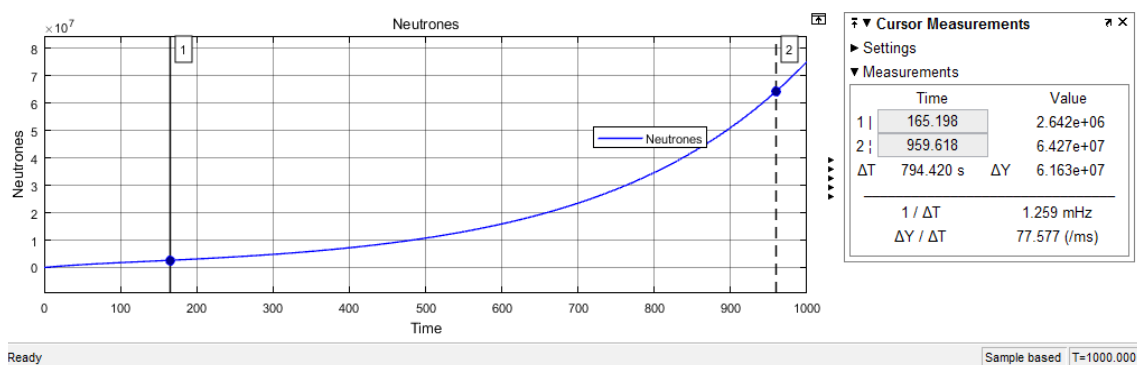
## Modelo y Simulación de las Ecuaciones de la Cinética Puntual en Simulink



**Figura 3.** Gráfica del crecimiento de la población neutrónica caracterizando el estado Subcrítico ( $R < 0$ ). Vemos que el crecimiento de la población neutrónica en un principio es rápido y luego crece lentamente, como lo expresan las mediciones insertadas en la gráfica.



**Figura 4.** Gráfica del crecimiento de la población neutrónica caracterizando el estado Crítico ( $R = 0$  dólar). Vemos que el crecimiento de la población neutrónica en un principio es rápido y luego crece de forma lineal, como lo expresan las mediciones insertadas en la gráfica.



**Figura 5.** Gráfica del crecimiento de la población neutrónica caracterizando el estado Supercrítico ( $0 < R < 1$ ). Vemos que el crecimiento de la población neutrónica tiene forma exponencial.



#### **4. Conclusiones y recomendaciones**

Resulta de gran interés llevar a cabo el modelado y la simulación de los procesos físicos a fin de poder predecir el comportamiento de un fenómeno. Las ecuaciones diferenciales son las que mejor se acercan a la descripción de la realidad en un fenómeno físico. A partir de ellas se pueden llegar a conclusiones matemáticas y modelos matemáticos para modelar y simular. Las herramientas computacionales permiten el desarrollo de la simulación pero es indispensable entender la matemática a modelar ya que de ella dependen los resultados.

La simulación del comportamiento de la población neutrónica en el entorno de Simulink nos permitió analizar los parámetros físicos de un reactor, reproducir el comportamiento de la población neutrónica de un reactor nuclear y dar una primera aproximación al desarrollo de un simulador de la población neutrónica de nuestro reactor nuclear RA-0.

Utilizando el cálculo simple con la Teoría de un solo grupo de neutrones como media ponderada de los seis grupos existentes, según la bibliografía, arribaríamos al mismo resultado del comportamiento neutrónico si lo hiciésemos con los seis grupos.

Queda como paso próximo o mejoras a este modelado, el de trabajar con los seis grupos de neutrones o precursores. También complejizar el modelado con las barras de control que son las que controlan la reactividad del reactor, insertando una retroalimentación de las mismas.

#### **5. Referencias**

- [1] Glasstone, S y Sesonske, A. (1968) *Ingeniería de Reactores Nucleares*. Los Alamos, Nuevo Mexico: Editorial Reverté, S. A. (Barcelona – Buenos Aires - México)
- [2] Hernandez Solís, A. (2003) “Análisis comparativo de Métodos de solución de las Ecuaciones de la Cinética Puntual”. *XIV Congreso Anual de la SNM/XXI Reunión Anual de la SMSR*. Guadalajara, Jalisco, México. 10-13 de septiembre.